熱力学 (加藤岳生担当) レポート No. 1　第 1 講配布 (2020.4.22), 次週までに提出

レポートに解答し、次週 (4.29) の授業終了までに ITC-LMS にアップロードせよ。手書きの場合は、解答をスキャンもしくは撮影して、そのファイルをアップロードしてください。電子ファイルの場合は PDF に変換してアップロードしてください。(万一、うまくアップロードできなかった場合はメールで送ってください。)

問題 1. 以下の関数 $z=f(x,y)$ に対して, 偏微分 $\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。また全微分公式を具体的に書き下せ。

(1) $f(x,y)=x^3+y^3$, 　　(2) $f(x,y)=e^{2x+y}$

問題 2. xy 平面内で陰関数

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

が表す曲線 (=楕円) 上の点 (x_0,y_0) における接線の式を求めよ。

アンケート. 講義に関する疑問や感想を書いてください. 自由に書いてください. なお、ここで書いてもらった内容は、加藤個人のホームページ

http://kato.issp.u-tokyo.ac.jp/kato

に掲載したいと思います. 匿名としますが、掲載がいやな人はそのようにかいてください. なお上記のページには、補充プリントや小レポートの問題なども掲載しますので、欠席した方はチェックしてみてください.

眠れぬ夜のための問題. (暇な人は解いてください. 成績とは関係ありません.)

問題 3 以下の等式を証明せよ.

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y=-1$$

[ヒント] 授業で示した等式を用いて証明することができるが, x, y, z の間に $f(x,y,z)=0$ の関係があるとしてやったほうが見通しはよい.

問題 4 [合成関数の微分公式 1(Chain rule 1)]

(1) 2 変数関数 $z=f(x,y)$ がある.x, y がそれぞれ $x=g(t)$, $y=h(t)$ と t の関数としてかけたとしたとき、z は t の関数となる. 以下の合成関数の微分公式を導け:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial f}{\partial x}g'(t)+\frac{\partial f}{\partial y}h'(t).$$

ここで $g'(t)$, $h'(t)$ はそれぞれ $g(t)$, $h(t)$ の t に関する導関数である.

[ヒント] 数学的にちゃんとやろうとするとやや面倒であるが、ここでは全微分公式を用いて、微分 dx, dy をあたかも数のように取り扱って示して構わない.

(2) $f(x,y)=x^2y$, $g(t)=2t$, $h(t)=t^2$ のとき、(1) で示した公式が確かに成り立つことを確かめよ.

[裏面に続く]

問題 5 [合成関数の微分公式 2(Chain rule 2)]
(1) 2 変数関数 $z = f(x, y)$ がある.x, y がそれぞれ $x = g(t, s)$, $y = h(t, s)$ と t, s の 2 変数関数としてかけたとしたとき、z は t, s の 2 変数関数となる. 以下の合成関数の微分公式を導け:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial t} = \dfrac{\partial f}{\partial x}\dfrac{\partial g}{\partial t} + \dfrac{\partial f}{\partial y}\dfrac{\partial h}{\partial t} \\ \dfrac{\partial z}{\partial s} = \dfrac{\partial f}{\partial x}\dfrac{\partial g}{\partial s} + \dfrac{\partial f}{\partial y}\dfrac{\partial h}{\partial s} \end{cases}$$

[ヒント] ここでも全微分公式を用いて、微分 dx, dy をあたかも数のように取り扱って示して構わない.
(2) $f(x, y) = x^2 y$, $g(t, s) = 2t + s$, $h(t, s) = t + 2s$ のとき、(1) で示した公式が確かに成り立つことを確かめよ.