

統計力学 (加藤) 課題

(第6講の課題) 電子は微小な磁石であることが知られている。この電子が持つ磁性を「スピン」と呼ぶ。そのスピンのために、磁場 B の下で電子のとりうるエネルギー状態は二つあり、スピンの向きが磁場と同じ向きするときエネルギー $E_1 = -\mu B$ 、スピンの向きが磁場と反対平行のときエネルギー $E_2 = \mu B$ となることが知られている (μ は定数)。以下の問いに答えよ。

1. 一つの電子のスピン状態について系の分配関数 Z を求めよ。
2. 一つの電子のスピン状態のエネルギーの平均値を求めよ。

(第7講の課題) 第6講の課題でできた1個の電子のスピン状態について、以下の問いに答えよ。

1. 自由エネルギー F を計算せよ。
2. エントロピー S を求めよ。
3. (やや難) 温度 T を 0 にする極限で自由エネルギー F およびエントロピー S の値どうなるか?

(第8講の課題) 授業であつた範囲内では、理想気体の分配関数は

$$Z = \frac{\mu}{h^3} V^N \frac{(2\pi m)^{3N/2}}{\beta^N}$$

と与えられる。これを用いて、以下の物理量を計算せよ。

1. エネルギーの期待値 \bar{E}
2. 自由エネルギー F
3. エントロピー S
4. 気体の圧力 $p = -\frac{\partial F}{\partial V}$