修士論文

Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する二次元電子系へのスピンポンピングの理論研究

(Theoretical study of spin pumping into a two-dimensional electron system with Rashba and Dresselhaus spin-orbit interactions)

山正樹

2022 年 1 月 27 日

概要

スピントロニクス分野における新規デバイス開発の一つの方向として, 二次元電子系へのスピン注入およびその検出が注目を集めている. これまで多くの二次元電子系-強磁性体の接合構造におけるスピン輸送について, 理論・実験の両面から活発に調べられてきているが, フェルミ面近傍で複雑なスピン分裂を有する系でのスピン輸送の研究は発展途上の状況にある. 本研究では, スピンポンピングによって強磁性絶縁体から Rashba 型と Dresselhaus 型のスピン軌道相互作用が共存する二次元電子ガスにスピン流を注入する状況を考える. この系は, 伝導電子の運動方向に依存してフェルミ面近傍の有効ゼーマン磁場の向きが変化する最も簡単な系となっている. 二次元電子ガスとの接合の効果による強磁性絶縁体中の局在スピンのギルバート減衰の増大を, グリーン関数法を用いて解析的に計算する. そして, ギルバート減衰の増大が強磁性絶縁体中の局在スピンの角度と外部から照射するマイクロ波の周波数の関数としてどのように表されるのかを明らかにする. その結果, Rashba 型と Dresselhaus 型のスピン軌道相互作用が共存する場合はギルバート減衰の増大が局在スピンの角度に依存し, その依存性は低周波数領域と高周波数領域で異なることを示した. さらに低周波数領域では強磁性体からの有効磁場による弾性的なスピン反転過程が, 高周波数領域ではマグノンの吸収による過程が支配的となっていることも明らかにした.

目次

第 1 章

イントロダクション

1.1　研究背景

これまでの半導体デバイスでは電子の電荷自由度を用いて情報伝達を行なってきた. 一方, 近年は電子のスピン自由度を用いて情報伝達を行うスピントロニクス素子の開発が盛んに行われている. スピントロニクスの研究は様々な物質に対して行われているが, 微細加工技術の向上に伴い, 半導体を用いたスピントロニクスが注目されている. 半導体ヘテロ構造に形成される二次元電子ガスには Rashba 型と Dresselhaus 型の二つのスピン軌道相互作用が現れることが知られており, 外部磁場を用いずに電子のスピンを制御することができる. また, 半導体ヘテロ構造上の二次元電子系だけでなく, さまざまな物質の表面やバルクにおいて Rashba スピン相互作用が現れることも分かってきている. まず 1.2 節では, スピン軌道相互作用を有するこれらの系についての基礎的事項を概観する. そして 1.3 節で, スピントロニクス分野でよく用いられるスピンポンピングの実験手法について簡単にまとめる.

1.2　スピン軌道相互作用を有する二次元電子系

1.2.1　半導体ヘテロ構造

半導体ヘテロ構造とは二つの半導体を接合させせた混晶のことであり, 具体的には AlAs と GaAs の混晶 (AlGaAs) や InAs と GaAs の混晶 (InGaAs) がよく使われる. そして, 半導体ヘテロ構造上の二次元電子系には Rashba スピン軌道相互作用 [1, 2] と Dresselhaus スピン軌道相互作用 [3, 4] が現れることが知られている. Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用はそれぞれ, 界面と結晶構造の反転対称性の破れに起因して生じる. 二次元電子系での Rashba スピン軌道相互作用のハミルトニアン H_R と Dresselhaus スピン軌道相互作用のハミルトニアン H_D は以下のように書ける:

$$H_\mathrm{R} = \alpha(k_x\sigma_y - k_y\sigma_x), \tag{1.1}$$

$$H_\mathrm{D} = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y). \tag{1.2}$$

ここで, k_x, k_y は電子波数の x 成分と y 成分であり、σ_x, σ_y はパウリ行列である. また, α と β はそれぞれのスピン軌道相互作用の大きさを表す係数である. これらのスピン軌道相互作用により, 図 1.1,1.2 に示すように電子のフェルミ面が等方的にスピン分裂する. 一方, Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する場合は, フェルミ面のスピン分裂幅が電子の波数方位に依存して変化する (図 1.3). この共存する場合には, Aharonov-Casher (AC) 抵抗に特徴的な異方性が現れることや, 特に Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用が同じ大きさの時は Persistent Spin

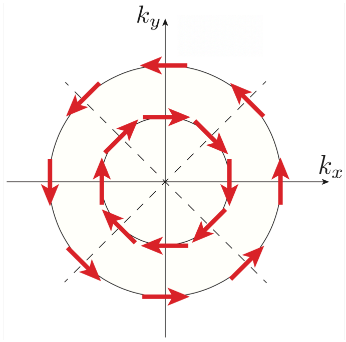

図 1.1　Rashba スピン軌道相互作用のみが存在する時のフェルミ面近傍でのスピン分裂の様子．赤色の矢印は電子スピンを表す．

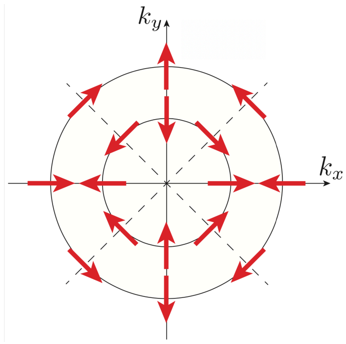

図 1.2　Dresselhaus スピン軌道相互作用のみが存在する時のフェルミ面近傍でのスピン分裂の様子．赤色の矢印は電子スピンを表す．

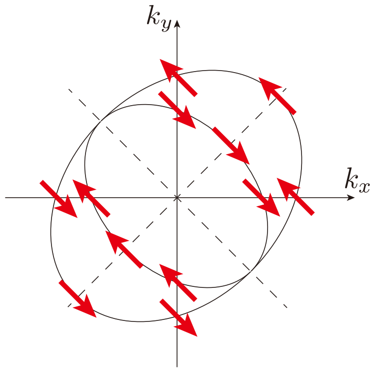

図 1.3　Rashba 型と Dresselhaus 型のスピン軌道相互作用が共存する時の電子のフェルミ面．赤色の矢印は電子スピンを表す．

Helix (PSH) 状態が現れることが知られている．これらの現象の詳細は付録 B で述べる．

1.2.2　表面 Rashba 系

半導体ヘテロ構造上の二次元電子系だけでなく, 表面系でも Rashba スピン軌道相互作用が現れることが知られている．この場合はスピン軌道相互作用が非常に大きいため, 多彩なスピン輸送現象が現れると考えられている．表面 Rashba 系は Au[5] において初めて観測されて以降, H や Li が吸着した W 表面

[6, 7] や Bi/Ag 界面 [8, 9] において観測されている．しかし, 金属に現れる表面 Rashba 系では バルクを流れる電流により表面のスピン輸送が減衰するという問題が生じる．この問題の解決策として, 単層膜の Pb に覆われた Si[10] や Ge[11] などの半導体の表面に現れる表面 Rashba 系を用いる方法が提案されている．また, 強磁性体と絶縁体 MgO の界面に Rashba スピン軌道相互作用が現れる可能性についても議論されており, 界面へスピンポンピング [12] も行われている.

1.2.3 バルクでのスピン分裂

1.2.1 節と 1.2.2 節で述べたように, Rashba スピン軌道相互作用は界面や表面で現れると考えられていたが, 近年になって, 半導体 BiTeI などのバルク物質においても Rashba 相互作用が現れる [13] ことが明らかになっている．例えば、BiTeI では表面制御によりフェルミエネルギーの大きさを調節することができるため, 両極性伝導が実現される [14]. さらに, エネルギーバンドのスピン分裂は表面ポテンシャルの影響を受けにくい [14]. これらは半導体スピントロニクス素子の実用化の観点から重要な性質であり, バルクの Rashba スピン軌道相互作用を持つ物質の研究は注目を集めている．また, 強磁性体からバルクの Rashba スピン軌道相互作用を有する強誘電体 GeTe へのスピンポンピングによるスピン流注入の研究も行われている [15, 16].

1.3 強磁性共鳴とスピンポンピング

強磁性体中の局在スピンは静的磁場を軸として歳差運動をしている. 外部から照射するマイクロ波の周波数と歳差運動の周波数が一致する時に共鳴が起きる．この現象は強磁性共鳴 [17] と呼ばれる．単体の強磁性体でのマイクロ波吸収強度をマイクロ波の振動数の関数として測定すると, 共鳴振動数のところに共鳴ピークが現れるが, このピーク幅が強磁性体内でのギルバート減衰の大きさを与える [18]. 一方, 強磁性体と金属 (もしくは半導体) の接合系では, 強磁性体中の局在磁化の歳差運動の減衰分のスピンが金属や半導体にスピン流として流れ込むことが知られており, これはスピンポンピング [19] と呼ばれている．そして, 接合系での強磁性共鳴ピークは, 強磁性体単独の場合に比べて, 幅が大きくなる．これはスピンが強磁性体外に流れ出すため, 歳差運動の減衰する寿命が短くなるからである．このピーク幅の増大の大きさを測定することで金属に流れ込むスピン流の大きさを評価できる．図 1.4 にスピンポンピングの実験例を示す [20, 21]. 図 1.4 (a) に示すように, 強磁性体 YIG 単体の時より YIG/Pt 接合系の時の方が強磁性共鳴の吸収スペクトルの線幅が増大することがわかる. そして, 図 1.4 (b) の fitting 直線の傾きより, ギルバート減衰の大きさを見積もることができる. 強磁性絶縁体単体のギルバート減衰の大きさを α_{G} とし, 強磁性絶縁体と常磁性金属の接合系でのギルバート減衰の大きさを $\alpha_{\mathrm{G}}+\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ とすると, 図 1.4 (b) より YIG(20nm) 単体では $\alpha_{\mathrm{G}}=(9.1\pm0.6)\times10^{-4}$, YIG(20nm)/Pt(5nm) では $\alpha_{\mathrm{G}}+\delta\alpha_{\mathrm{G}}=(4.5\pm0.3)\times10^{-3}$ が得られる [20, 21].

多くの実験では, 強磁性体から三次元系の金属へのスピンポンピングを考察しているが, それ以外の物質へのスピンポンピングも徐々に行われるようになっている．図 1.5 に, 強磁性金属から Rashba スピン軌道相互作用を持つ二次元電子系へのスピンポンピングの実験例 [22] を示す．ここでは強磁性金属の NiFe から Rashba スピン軌道相互作用のみが存在する Ag/Bi 界面 (二次元電子系) の接合系 (図 1.5(i)) を考えており, 二次元電子系へスピンポンピングを用いてスピン流を注入している．図 1.5 (ii) の (a) は NiFe と Ag の接合, (b) は NiFe と Bi の接合, (c) は NiFe と Ag/Bi の接合でのスピンポンピングの実験結果を示す．図 1.5 (ii) の (a), (b), (c) の上図は強磁性共鳴の吸収スペクトルを磁場で微分した量を縦軸

図 1.4　スピンポンピングと強磁性共鳴. (a) の横軸は外部から印加する DC 磁場 H と強磁性共鳴の共鳴磁場 H_{res} の差であり, 縦軸は強磁性共鳴の吸収スペクトル I_{FMR} を磁場 H で微分したものである. (b) は周波数の関数としてグラフ (a) の線幅 ΔH を描いている. 文献 [21] より引用. ただし, 文献 [21] では文献 [20] の図を修正して転載している.

図 1.5　接合系におけるスピンポンピング. (i) は NiFe でのスピンポンピングにより接合物質にスピン流が流れる様子を表している. (ii) の a, b, c はそれぞれ (i) で NiFe に接合する物質が a:Ag, b:Bi, c:Ag/Bi である時のグラフである. 横軸は外部から印加する DC 磁場であり, 上図の縦軸は強磁性共鳴の吸収スペクトルを磁場で微分したもの, 下図の縦軸は接合物質に流れる電流である. 文献 [22] より引用.

にとっており, 山と谷の中間点が吸収スペクトルのピークである. 図 1.5 (ii) の (a), (b), (c) の下図は左から Ag と Bi と Ag/Bi 界面に流れる電流を図示している. Ag/Bi の二次元電子系界面に現れる大きな電流は逆エーデルシュタイン効果により生じると考えられている [22].

1.4　本研究の目的

スピンポンピングは様々な物質におけるスピン励起の情報を観測するための優れた実験手法であると考えられているが, 理論的な考察は金属などの簡単な物理系に限られている. そこで強磁性絶縁体から Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する二次元電子系へのスピンポンピング (図 1.6) を考察し, ギルバート減衰の増大を解析計算により明らかにする [23]. この系では, 電子のフェルミ面のスピン分裂幅およびスピン分極方向が電子の波数方位に依存することにより, ギルバート減衰の増大量が強磁性絶縁体中の磁気方位依存性を持つという新たな現象が現れる. ギルバート減衰の増大が強磁性絶縁体の磁化方位, および, 外部から照射するマイクロ波の振動数にどのように依存するかを調べ, 二次元電子系のフェルミ面でのスピンテクスチャ (伝導電子に加わる有効磁場の向きと大きさの情報) とどのように関係するかを明らかにする.

1.5　本論文の構成

第 2 章では電子やマグノンのグリーン関数といったこれまでに知られている理論をまとめる. 最も単純な自由電子系での電子のグリーン関数と強磁性絶縁体のバルクでのマグノンのグリーン関数を導出する. 第 3 章以降で本研究 [23] で初めて行った計算に移る. 第 3 章で強磁性絶縁体と Rashba および

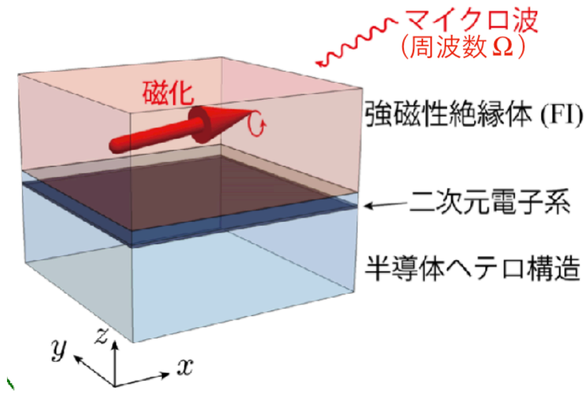

図 1.6　本研究のセットアップ．強磁性絶縁体で強磁性共鳴を起こし, Rashba および Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する二次元電子系へスピンポンピングによりスピン流を注入する．

Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する二次元電子系との接合を考え, 微視的ハミルトニアンを構築する．また, 温度グリーン関数法を用いて界面相互作用の二次摂動の計算を行い, ギルバート減衰の増大に関する解析表式を導出する．第 4 章では, ギルバート減衰の増大量が磁化方位および共鳴振動数の関数としてどのように振る舞うかを調べる．さらに実際の実験系での観測可能性についても議論する．第 5 章で本研究のまとめを行う．途中の計算については, 付録にまとめた．

第 2 章

スピンポンピングの定式化

本章では, 強磁性絶縁体と常磁性金属の接合系で生じるスピンポンピング現象 (図 2.1) について, 温度グリーン関数 [24, 25, 26, 27, 28] を用いた微視的理論 [29, 30, 31, 32, 33, 34] について論じる. まず 2.1 節では磁化の古典方程式による解析方法を紹介し, 強磁性共鳴の吸収スペクトルの線幅を観測することで, ギルバート減衰の値を実験的に求めることができることを説明する。次に 2.2 節と 2.3 節で常磁性金属と強磁性絶縁体の微視的な模型を導入した後, 2.1 節で求めた強磁性共鳴の吸収スペクトルの表式が微視的模型を用いる方法でも得られることを 2.3 節で示す. 2.4 節で電子波数が保存する界面交換相互作用について二次摂動の計算を行い, 界面による磁化の減衰率の増大の表式を導く. また, 2.5 節では電子波数が保存しない場合の界面相互作用を用いる計算について述べる. 最後に 2.6 節では, 2.4 節と 2.5 節の計算をもとに, 強磁性共鳴の線幅の増大を評価する. その結果, 常磁性金属を用いるときは, 電子波数が保存しないときのみ線幅が増大し, その増大分は状態密度の 2 乗に比例することを示す.

2.1 Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式

強磁性体中の磁化の運動方程式として広く用いられてきた Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式の導出を行う [35]. 強磁性体中の磁気モーメント $\boldsymbol{M}$ は以下のハイゼンベルグ方程式に従う:

$$\frac{d\boldsymbol{M}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\boldsymbol{M}, \mathcal{H}]. \tag{2.1}$$

ここで, ハミルトニアン $\mathcal{H}$ は磁気モーメントに働く有効磁場を $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}$ として $\mathcal{H} = -\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}$ である. そしてスピン角運動量 $\boldsymbol{S}$ と磁気回転比 γ を用いて $\boldsymbol{M} = \gamma\boldsymbol{S}$ と書けることと, $\boldsymbol{S}$ の交換関係を用いると, 式

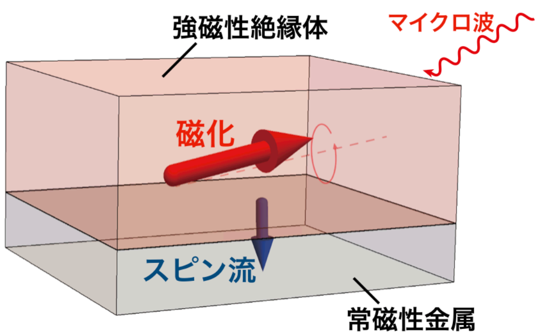

図 2.1　強磁性絶縁体と常磁性金属の接合系でのスピンポンピング. 強磁性絶縁体でスピンポンピングを起こし, 常磁性金属にスピン流を注入する.

(2.1) は以下のようにかける:

$$\frac{d\boldsymbol{M}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}. \tag{2.2}$$

この方程式は磁気モーメント $\boldsymbol{M}$ が $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}$ を軸として歳差運動をしていることを表している．しかし, この式は歳差運動の減衰の効果が入っていないため, 不十分である. 減衰の効果を取り入れた方程式が以下の Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式である:

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}} + \frac{\alpha_{\mathrm{G}}}{m} \boldsymbol{m} \times \frac{d\boldsymbol{m}}{dt}. \tag{2.3}$$

右辺の第二項がギルバート減衰の効果を表す．ここで $\boldsymbol{m}$ は磁化 (単位体積あたりの磁気モーメント) であり, $m \equiv |\boldsymbol{m}|$ である. 第二項のギルバート減衰項は実験結果に一致するように現象論的に入れた項であり, α_{G} はギルバート減衰定数と呼ばれる．$\boldsymbol{m} \times d\boldsymbol{m}/dt$ の向きを考えると, 確かに第二項は歳差運動の軸 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}}$ 方向へ減衰するトルクを表していることがわかる．以下で, $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eff}} = (h_x, h_y, H)$ の磁場が印加されている場合を考える [36]. ただし, H ($\gg h_x, h_y$) は z 方向に印加された静的な磁場, h_x, h_y は外部から加えられたマイクロ波による磁場とする. この時 $\boldsymbol{m}$ は z 軸周りの歳差運動をしており, 式 (2.3) の x, y 成分は以下のようにかける:

$$\begin{pmatrix} \partial_t & \gamma H + \alpha_{\mathrm{G}} \partial_t \\ -\gamma H - \alpha_{\mathrm{G}} \partial_t & \partial_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \gamma m \begin{pmatrix} h_y \\ -h_x \end{pmatrix}. \tag{2.4}$$

ここで磁化の z 成分が x, y 成分に比べて非常に大きいとして $m_z = m$ と近似した．以下では $(h_x, h_y) = (h_0 e^{-i\omega t}, h_0 i e^{-i\omega t})$ という円偏光の磁場が印加されていると仮定する. この時, 十分時間が経ち, 系が緩和した後の方程式の解を $(m_x, m_y) = (m_0 e^{-i\omega t}, m_0 i e^{-i\omega t})$ と書くことができる. これらを式 (2.4) に代入すると, 以下の解を得る:

$$m_0 = \chi h_0, \tag{2.5}$$

$$\chi = \frac{-\gamma m}{\omega - \gamma H + i \alpha_{\mathrm{G}} \omega}. \tag{2.6}$$

マイクロ波の吸収率は応答率の虚部 $\mathrm{Im}\,\chi$ に比例する．吸収率が最大となる $\omega_{\mathbf{0}} = \gamma H$ が強磁性共鳴の共鳴周波数であり, その共鳴線幅は $\alpha_{\mathrm{G}} \ll 1$ のとき近似的に $\alpha_{\mathrm{G}} \omega_{\mathbf{0}}$ で与えられる．従って, 強磁性共鳴の吸収スペクトルの線幅を観測することで, ギルバート減衰定数 α_{G} を実験的に求めることができる.

2.2 常磁性金属

古典方程式によって, バルクの強磁性絶縁体における磁化のダイナミクスの解析は可能であるが, 強磁性体と常磁性金属などの別の物質との間で接合を作った場合には, 微視的なモデルによる記述が必要となる．以下の節では微視的ハミルトニアンから出発して, スピンポンピングを記述する方法を述べる．この節ではまず, 常磁性金属の電子のグリーン関数を導出する．常磁性金属は以下のハミルトニアンによって記述される:

$$H_{\mathrm{NM}} = \sum_{\boldsymbol{k}\sigma} (\epsilon_{\boldsymbol{k}} - \mu) c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma} c_{\boldsymbol{k}\sigma}. \tag{2.7}$$

ここで, $c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma}$，$c_{\boldsymbol{k}\sigma}$ は電子の生成演算子と消滅演算子である．$\epsilon_{\boldsymbol{k}} = \hbar^2 \boldsymbol{k}^2/2m$ は電子のエネルギー分散, μ は化学ポテンシャルである. 以下では簡単のため, 化学ポテンシャルを原点として測ったエネルギー $\xi_{\boldsymbol{k}} = \epsilon_{\boldsymbol{k}} - \mu$ を用いる.

系の温度グリーン関数は以下の式で定義される:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle, \qquad (-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta), \tag{2.8}$$

$$c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) = e^{H_{\mathrm{NM}}\tau/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-H_{\mathrm{NM}}\tau/\hbar}. \tag{2.9}$$

ここで $\sigma = \uparrow, \downarrow$ は電子のスピンの自由度を表しており, β は逆温度である．また, $c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)$ は演算子の虚時間発展を記述する．期待値はグランドカノニカル分布の期待値であり, 任意の演算子 O に対して

$$\langle O\rangle = \frac{\mathrm{Tr}\left[e^{-\beta H_{\mathrm{NM}}} O\right]}{\mathrm{Tr}\left[e^{-\beta H_{\mathrm{NM}}}\right]} \tag{2.10}$$

である. 温度グリーン関数は,

$$g_{\sigma\sigma'}(\tau) = -g_{\sigma\sigma'}(\tau + \hbar\beta) \tag{2.11}$$

の周期性をもっているので, $0 < \tau < \hbar\beta$ の範囲で具体的な計算を行えば十分である．式 (2.7) のハミルトニアンに対して,

$$c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) = e^{-\xi_{\boldsymbol{k}}\tau/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} \tag{2.12}$$

である．この式を用いると式 (2.8) の温度グリーン関数は, $0 < \tau < \hbar\beta$ に対して,

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{1}{\hbar} e^{-\xi_{\boldsymbol{k}}\tau/\hbar}(1 - n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}}))\delta_{\sigma\sigma'} \tag{2.13}$$

となる. ここで $n_{\mathrm{F}}(\epsilon) = (e^{\beta\epsilon} + 1)^{-1}$ はフェルミ分布関数であり, $\delta_{\sigma\sigma'}$ はクロネッカーのデルタである．周期境界条件 (2.11) より, 温度グリーン関数のフーリエ変換を以下のように定義することができる:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_n e^{-i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n), \tag{2.14}$$

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta} d\tau e^{i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau). \tag{2.15}$$

ここで, $\omega_n = (2n+1)\pi/(\hbar\beta)$ はフェルミ粒子の松原振動数である (n は整数)．式 (2.13) にフーリエ変換式 (2.15) を用いると, 振動数表示の温度グリーン関数:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \frac{\delta_{\sigma\sigma'}}{i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}}} \tag{2.16}$$

が得られる．

2.3　強磁性絶縁体

強磁性絶縁体では電子は局在しており, スピンのみの模型で記述される．ここでは以下のハミルトニアンで記述される強磁性ハイゼンベルク模型を考える:

$$\begin{aligned} H_{\mathrm{FI}} &= J\sum_{\langle i,j\rangle}(S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y + S_i^z S_j^z) - \hbar\gamma h_{\mathrm{dc}}\sum_i S_i^z \\ &= J\sum_{\langle i,j\rangle}\left(S_i^x S_j^x + \frac{1}{2}(S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+)\right) - \hbar\gamma h_{\mathrm{dc}}\sum_i S_i^z. \end{aligned} \tag{2.17}$$

ここで, $\boldsymbol{S}_i = (S_i^x, S_i^y, S_i^z)$ は強磁性絶縁体中の局在スピン演算子, $S_i^{\pm}$ は局在スピンの生成消滅演算子, $\langle i, j\rangle$ は隣接する局在スピンのサイトを表す. 局在スピンの大きさは S_0 とする ($\boldsymbol{S}_i^2 = S_0(S_0+1)\hat{I}$). ここで $\hat{I}$ は恒等演算子である. また, J (<0) はスピン間の強磁性交換相互作用, $h_{\rm dc}$ は静的磁場の大きさ, γ は磁気回転比をそれぞれ表す. 電子に対しては $\gamma < 0$ であるが, 簡単のため磁場は $-z$ の向きに加えられているものとし, $\hbar\gamma h_{\rm dc} > 0$ であるとする. この時, 秩序相にある強磁性体中の局在スピンは $+z$ 方向に揃う.

以下では, 系が強磁性転移温度より十分低温であることを仮定し, スピン波近似を用いて磁気励起を記述する. スピン波近似では, Holstein-Primakoff 変換

$$S_i^- = b_i^\dagger (2S_0 - b_i^\dagger b_i)^{1/2}, \tag{2.18}$$

$$S_i^+ = (2S_0 - b_i^\dagger b_i)^{1/2} b_i, \tag{2.19}$$

$$S_i^z = S_0 - b_i^\dagger b_i \tag{2.20}$$

を使って式変形をしていく. ここで b_i, $b_i^\dagger$ はボーズ粒子の生成消滅演算子である. 局在スピンの大きさ S_0 が十分大きいと仮定すると, Holstein-Primakoff 変換は以下のように近似できる:

$$S_i^- \simeq \sqrt{2S_0}\, b_i^\dagger, \tag{2.21}$$

$$S_i^+ \simeq \sqrt{2S_0}\, b_i, \tag{2.22}$$

$$S_i^z = S_0 - b_i^\dagger b_i. \tag{2.23}$$

この近似式を用いると, 式 (2.17) の第一項は以下のように書き直せる:

$$J \sum_{\langle i,j\rangle} \left(S_i^x S_j^x + \frac{1}{2}(S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) \right) \simeq \text{const.} + J \sum_{\langle i,j\rangle} S_0 (-b_i^\dagger b_i - b_j^\dagger b_j + b_i^\dagger b_j + b_j^\dagger b_i). \tag{2.24}$$

ここで, 局在スピンのサイト数を $N_{\rm FI}$ として, 以下のフーリエ変換:

$$b_i = \frac{1}{\sqrt{N_{\rm FI}}} \sum_{\boldsymbol{k}} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}_i} b_{\boldsymbol{k}} \tag{2.25}$$

を用いると, 式 (2.24) は以下のようにかける:

$$J \sum_{\langle i,j\rangle} \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{S}_j = \sum_{\boldsymbol{k}} \hbar\omega_{\boldsymbol{k}}^0 b_{\boldsymbol{k}}^\dagger b_{\boldsymbol{k}}. \tag{2.26}$$

ここで $\omega_{\boldsymbol{k}}^0$ は三次元の単純立方格子のハイゼンベルグ模型に対して

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{\boldsymbol{k}}^0 &= 2JS_0(3 - \cos(k_x a) - \cos(k_y a) - \cos(k_z a)) \\ &\simeq JS_0 a^2 \boldsymbol{k}^2 \equiv \mathcal{D}\boldsymbol{k}^2, \end{aligned} \tag{2.27}$$

と計算される. 最後の等式では長波長近似を用いた. ここで a は強磁性絶縁体の格子定数, $\mathcal{D} \equiv JS_0 a^2$ はスピン剛性率である. 同様にして式 (2.17) の第二項に現れる和は, 以下のようにかける:

$$-\hbar\gamma \sum_i S_i^z = \hbar\gamma \sum_{\boldsymbol{k}} b_{\boldsymbol{k}}^\dagger b_{\boldsymbol{k}} + \text{const.} \tag{2.28}$$

以上より, 強磁性絶縁体のハミルトニアンはマグノンの生成消滅演算子によって以下のように書き表される:

$$H_{\rm FI} = \sum_{\boldsymbol{k}} \hbar\omega_{\boldsymbol{k}} b_{\boldsymbol{k}}^\dagger b_{\boldsymbol{k}}, \tag{2.29}$$

$$\hbar\omega_{\boldsymbol{k}} = \mathcal{D}\boldsymbol{k}^2 + \hbar\gamma h_{\rm dc}. \tag{2.30}$$

次にマグノンの温度グリーン関数を求める. これは以下のように定義される:

$$G_0(\boldsymbol{k},\tau) \equiv -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle, \qquad (-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta), \tag{2.31}$$

$$S^\pm_{\boldsymbol{k}}(\tau) = e^{H_{\mathrm{FI}}\tau/\hbar} S^\pm_{\boldsymbol{k}} e^{-H_{\mathrm{FI}}\tau/\hbar}. \tag{2.32}$$

ここで $S^\pm_{\boldsymbol{k}}(\tau)$ は演算子の虚時間発展を記述する. この温度グリーン関数を, 式 (2.21), (2.22) で与えられるマグノンの生成消滅演算子で書き直すと,

$$G_0(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{2S_0}{\hbar}\langle T_\tau b_{\boldsymbol{k}}(\tau) b^\dagger_{\boldsymbol{k}}\rangle \tag{2.33}$$

となる. また $b_{\boldsymbol{k}}(\tau)$, $b^\dagger_{\boldsymbol{k}}$ はボーズ粒子の生成消滅演算子であることを使うと, 境界条件は

$$G_0(\boldsymbol{k},\tau+\hbar\beta) = G_0(\boldsymbol{k},\tau), \qquad (-\hbar\beta < \tau < 0) \tag{2.34}$$

で与えられる. H_{FI} は相互作用のないマグノンを記述しているので, マグノンの生成消滅演算子の時間発展は以下のように計算できる:

$$b_{\boldsymbol{k}}(\tau) = e^{-\omega_{\boldsymbol{k}}\tau} b_{\boldsymbol{k}}. \tag{2.35}$$

したがって, $0 < \tau < \hbar\beta$ の時は $G_0(\boldsymbol{k},\tau)$ は以下のようになる:

$$G_0(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{2S_0}{\hbar} e^{-\omega_{\boldsymbol{k}}\tau}\langle b_{\boldsymbol{k}} b^\dagger_{\boldsymbol{k}}\rangle = -\frac{2S_0}{\hbar} e^{-\omega_{\boldsymbol{k}}\tau}(1 - n_{\mathrm{B}}(\epsilon_{\boldsymbol{k}})). \tag{2.36}$$

ここで, $n_{\mathrm{B}}(\omega) = 1/(e^{\beta\hbar\omega} - 1)$ はボーズ分布関数である. ボゾンの松原振動数 $\omega_n = 2n\pi/(\hbar\beta)$ を用いてフーリエ変換を行うと以下の式を得る:

$$\begin{aligned} G_0(\boldsymbol{k},i\omega_n) &= \int_0^{\hbar\beta} d\tau G_0(\boldsymbol{k},\tau) e^{i\omega_n\tau} = -\frac{2S_0}{\hbar}(1 - n_{\mathrm{B}}(\epsilon_{\boldsymbol{k}}))\left[\frac{e^{i\omega_n\tau - \omega_{\boldsymbol{k}}\tau}}{i\omega_n - \omega_{\boldsymbol{k}}}\right]_0^{\hbar\beta} \\ &= \frac{2S_0/\hbar}{i\omega_n - \omega_{\boldsymbol{k}}}. \end{aligned} \tag{2.37}$$

松原振動数によって記述された温度グリーン関数において, $i\omega_n \to \omega + i\delta$ と解析接続すると, マグノンの遅延グリーン関数が得られる:

$$G^{\mathrm{R}}_0(\boldsymbol{k},\omega) = G_0(\boldsymbol{k}, i\omega_n \to \omega + i\delta) = \frac{2S_0/\hbar}{\omega - \omega_{\boldsymbol{k}} + i\delta}. \tag{2.38}$$

実際の強磁性体中の局在スピンは, マグノン-マグノン散乱やマグノン-フォノン散乱などによりスピン緩和 (ギルバート減衰) を起こす. この効果を微視的に導出することは困難であるので, 通常は現象論的パラメータを使ってスピン緩和過程を導入する. 具体的には, 無次元のギルバート減衰係数 α_{G} を使って, マグノンの遅延グリーン関数を

$$G^{\mathrm{R}}_0(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{2S_0/\hbar}{\omega - \omega_{\boldsymbol{k}} + i\alpha_{\mathrm{G}}\omega} \tag{2.39}$$

と記述する.

強磁性絶縁体に対してマイクロ波を照射すると, 波数 $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$ のマグノンが励起される. 強磁性絶縁体のスピンが振動数 ω のマイクロ波から受け取るエネルギーとスピン緩和によって失われるエネルギーが拮抗したときに定常状態に達するので, マイクロ波の吸収強度は

$$-\mathrm{Im}\, G^{\mathrm{R}}_0(\boldsymbol{k} = \boldsymbol{0},\omega) = \frac{2S_0}{\hbar}\frac{\alpha_{\mathrm{G}}\omega}{(\omega - \omega_{\boldsymbol{0}})^2 + (\alpha_{\mathrm{G}}\omega)^2}, \tag{2.40}$$

に比例すると考えられる. この式の振動数依存性は, 節 2.1 で LLG 方程式を用いて求めた応答関数の式 (2.6) と一致する.

2.4　界面相互作用: 波数が保存する場合

次に強磁性絶縁体と金属の接合系 [29, 32, 33, 34] を考える. 界面における交換相互作用を以下のハミルトニアンによって記述する:

$$H_{\rm int} = \sum_i T_i \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{s}_i = \sum_i T_i (S_i^x s_i^x + S_i^y s_i^y + S_i^z s_i^z). \tag{2.41}$$

ここで, i は交換相互作用のサイトを指定するラベルであり, T_i は交換相互作用の大きさを表す. 今は強磁性体中の局在スピンが z 方向を向いている場合を考えているので, S_i^z を自発磁化 $\langle S_i^z \rangle = S_0$ で近似する:

$$H_{\rm int} \simeq \sum_i T_i (S_i^x s_i^x + S_i^y s_i^y + S_0 s_i^z). \tag{2.42}$$

この式をフーリエ変換して波数成分で書き直すと以下の式を得る:

$$H_{\rm int} = \sum_{\boldsymbol{k}} (T_{\boldsymbol{k}} S_{\boldsymbol{k}}^+ s_{\boldsymbol{k}}^- + T_{\boldsymbol{k}}^* S_{\boldsymbol{k}}^- s_{\boldsymbol{k}}^+ + \mathcal{T}_{\boldsymbol{k}} S_0 s_{\boldsymbol{k}}^z). \tag{2.43}$$

本節では, 接合界面が十分平坦であり, 界面においてスピン励起の波数が保存する場合を考える. $s_{\boldsymbol{k}}^z = \sigma_{\boldsymbol{k}}^z/2$ とすると, 右辺の第三項は $-\mathcal{T}_{\boldsymbol{k}} S_0/2$ のゼーマン磁場が電子に作用しているとみなすことができ, 電子系に対して界面での交換バイアスの効果を記述する. 本研究で取り扱う二次元電子系へのスピンポンピングの計算では, この項は重要な役割を果たすが, ここでは簡単のため無視する. つまり, 以下のハミルトニアンを考える:

$$H_{\rm int} \simeq \sum_{\boldsymbol{k}} (T_{\boldsymbol{k}} S_{\boldsymbol{k}}^+ s_{\boldsymbol{k}}^- + T_{\boldsymbol{k}}^* S_{\boldsymbol{k}}^- s_{\boldsymbol{k}}^+). \tag{2.44}$$

ここで $S_{\boldsymbol{k}}^\pm$ は式 (2.21)–(2.22) とのフーリエ成分であり, 強磁性絶縁体中の局在スピンの生成消滅演算子である. また, $T_{\boldsymbol{k}}$ は界面相互作用の強さであり, $s_{\boldsymbol{k}}^\pm$ は以下のように定義される金属中の電子スピンの生成消滅演算子である:

$$s_{\boldsymbol{k}}^\pm = \frac{1}{2} \sum_{\sigma,\sigma'} \sum_{\boldsymbol{k}'} c_{\boldsymbol{k}'\sigma}^\dagger (\hat{\sigma}^\pm)_{\sigma\sigma'} c_{\boldsymbol{k}'\pm\boldsymbol{k}\sigma'}. \tag{2.45}$$

ここで, $c^\dagger, c$ は電子の生成消滅演算子であり, $\hat{\sigma}^\pm$ は z 成分のスピンの生成消滅を表すパウリ行列であり, 以下のようにかける:

$$\hat{\sigma}^+ = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.46}$$

$$\hat{\sigma}^- = \hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.47}$$

これらを式 (2.45) に代入すると以下の式を得る:

$$s_{\boldsymbol{k}}^+ = \sum_{\boldsymbol{k}'} c_{\boldsymbol{k}'\uparrow}^\dagger c_{\boldsymbol{k}'+\boldsymbol{k}\downarrow}, \tag{2.48}$$

$$s_{\boldsymbol{k}}^- = \sum_{\boldsymbol{k}'} c_{\boldsymbol{k}'+\boldsymbol{k}\downarrow}^\dagger c_{\boldsymbol{k}'\uparrow}. \tag{2.49}$$

この節で考える全ハミルトニアンは

$$H = H_{\rm NM} + H_{\rm FI} + H_{\rm int} \tag{2.50}$$

である. $H_{\rm NM}$ は金属のハミルトニアンであり, 自由電子系のハミルトニアン: 式 (2.7) を採用する:

$$H_{\rm NM} = \sum_{\boldsymbol{k}\sigma} \epsilon_{\boldsymbol{k}} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma} c_{\boldsymbol{k}\sigma}. \tag{2.7}$$

$H_0 \equiv H_{\rm NM} + H_{\rm FI}$ を非摂動ハミルトニアン, 界面での交換相互作用 $H_{\rm int}$ を摂動ハミルトニアンとしてグリーン関数法による摂動計算を以下で行う.

松原表示のマグノンのグリーン関数を

$$G(\boldsymbol{k},\tau) \equiv -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau S^+_{H,\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{H,\boldsymbol{k}}(0)\rangle, \tag{2.51}$$

$$S^\pm_{H,\boldsymbol{k}}(\tau) \equiv e^{H\tau/\hbar} S^\pm_{\boldsymbol{k}} e^{-H\tau/\hbar} \tag{2.52}$$

と定義すると, 式 (2.51) の $H_{\rm int}$ についての摂動展開は形式的に以下のようにかける:

$$G(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{1}{\hbar}\Big\langle T_\tau S^+_{I,\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{I,\boldsymbol{k}}(0) \exp\Big(-\frac{1}{\hbar}\int_0^{\hbar\beta} d\tau' H_{I,{\rm int}}(\tau')\Big)\Big\rangle_c. \tag{2.53}$$

$S^\pm_{H,\boldsymbol{k}}(\tau)$ はハイゼンベルグ表示の演算子である. 式 (2.53) の添字 c は connected diagram のみを計算することを表している. また, 添字 I は相互作用描像の演算子であることを意味しており, 非摂動ハミルトニアン H_0 が指数の肩に乗る:

$$S^\pm_{I,\boldsymbol{k}}(\tau) \equiv e^{H_0\tau/\hbar} S^\pm_{\boldsymbol{k}} e^{-H_0\tau/\hbar}, \tag{2.54}$$

$$H_{I,{\rm int}}(\tau) \equiv e^{H_0\tau/\hbar} H_{\rm int} e^{-H_0\tau/\hbar}. \tag{2.55}$$

以下の計算では相互作用表示の演算子のみが現れるので, 添字 I を省略することにする. 式 (2.53) において $H_{\rm int}$ の一次摂動項にはマグノンの生成消滅演算子が合計 3 つの項のみが現れ, 期待値はゼロになる. よって摂動展開は二次摂動から始まる. 非摂動グリーン関数を G_0 とかき, $H_{\rm int}$ についての二次摂動項を δG を書くことにする:

$$G(\boldsymbol{k},\tau) = G_0(\boldsymbol{k},\tau) + \delta G(\boldsymbol{k},\tau), \tag{2.56}$$

$$G_0(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle, \tag{2.57}$$

$$\delta G(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{2!}\Big(-\frac{1}{\hbar}\Big)^3 \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(0) H_{\rm int}(\tau_1) H_{\rm int}(\tau_2)\rangle_c. \tag{2.58}$$

以下で二次摂動項 $\delta G(\boldsymbol{k},\tau)$ を計算する. 式 (2.44) を式 (2.58) に代入すると以下の式を得る:

$$\begin{aligned}\delta G(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{2!}\Big(-\frac{1}{\hbar}\Big)^3 &\sum_{\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2} \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\times \Big[T_{\boldsymbol{k}_1} T^*_{\boldsymbol{k}_2} \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(0) S^+_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) S^-_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_c \langle T_\tau s^-_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) s^+_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_0 \\ &\quad + T^*_{\boldsymbol{k}_1} T_{\boldsymbol{k}_2} \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(0) S^-_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) S^+_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_c \langle T_\tau s^+_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) s^-_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_0\Big].\end{aligned} \tag{2.59}$$

ここで, 第二項の和の変数と積分変数の入れ替え $\boldsymbol{k}_1 \leftrightarrow \boldsymbol{k}_2$, $\tau_1 \leftrightarrow \tau_2$ を行うと, 第一項と全く同じである

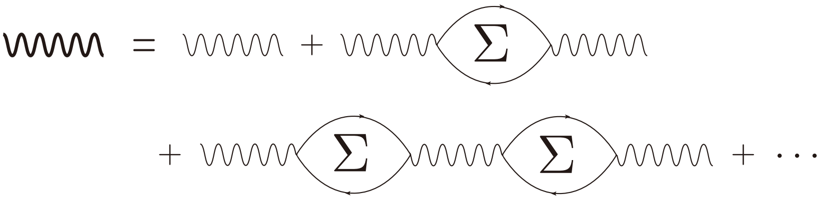

図 2.2　ダイソン方程式.

ので, 式 (2.59) は以下のように書ける:

$$\begin{aligned}\delta G(\boldsymbol{k},\tau) &= \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \sum_{\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2} T_{\boldsymbol{k}_1} T^*_{\boldsymbol{k}_2} \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\qquad \times \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(0) S^+_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) S^-_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_c \langle T_\tau s^-_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) s^+_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_0 \\ &= \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \sum_{\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2} T_{\boldsymbol{k}_1} T^*_{\boldsymbol{k}_2} \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\qquad \times \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_0 \langle T_\tau S^-_{\boldsymbol{k}}(0) S^+_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1)\rangle_0 \langle T_\tau s^-_{\boldsymbol{k}_1}(\tau_1) s^+_{\boldsymbol{k}_2}(\tau_2)\rangle_0. \end{aligned} \tag{2.60}$$

ここで二つ目の等号では Bloch-De Dominicis の定理を用いて期待値を分解して, connected diagram の項のみを残した. そして, T_τ 積のなかでボゾンの演算子の順番を入れ替えてもよいことと, H_0 が並進対称性を持つため二つの演算子の波数のが同じ時のみ期待値がゼロにならないことを用いると, 以下の式が得られる:

$$\begin{aligned}\delta G(\boldsymbol{k},\tau) &= \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 |T_{\boldsymbol{k}}|^2 \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\qquad \times \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) S^-_{\boldsymbol{k}}(\tau_2)\rangle_0 \langle T_\tau S^+_{\boldsymbol{k}}(\tau_1) S^-_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle_0 \langle T_\tau s^+_{\boldsymbol{k}}(\tau_2) s^-_{\boldsymbol{k}}(\tau_1)\rangle_0 \\ &= \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 G_0(\boldsymbol{k},\tau-\tau_2)\Sigma(\boldsymbol{k},\tau_2-\tau_1)G_0(\boldsymbol{k},\tau_1), \end{aligned} \tag{2.61}$$

$$\Sigma(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\langle T_\tau s^+_{\boldsymbol{k}}(\tau) s^-_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle_0. \tag{2.62}$$

ここで $\Sigma(\boldsymbol{k},\tau)$ はマグノンの自己エネルギーである. 式 (2.56) の $\delta G(\boldsymbol{k},\tau)$ に式 (2.62) を代入することで以下の式が得られる:

$$G(\boldsymbol{k},\tau) = G_0(\boldsymbol{k},\tau) + \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 G_0(\boldsymbol{k},\tau-\tau_2)\Sigma(\boldsymbol{k},\tau_2-\tau_1)G_0(\boldsymbol{k},\tau_1). \tag{2.63}$$

式 (2.62) で与えられる $\Sigma(\boldsymbol{k},\tau)$ は自己エネルギーを二次摂動によって評価した式となっており, 式 (2.63) は図 2.2 の右辺第二項まで計算したことに対応する. 図 2.2 のように自己エネルギーの繰り返し構造まで考慮にいれた計算に拡張することで, 自己エネルギーに対する 2 次の摂動計算を行うことができる. このとき, ダイソン方程式

$$G = G_0 + G_0\Sigma G. \tag{2.64}$$

を利用する. ここで積分を省略して形式的な表式を書いた.

以下で式 (2.62) の計算を進め, 振動数表示の自己エネルギーの表式を求める. 式 (2.48), (2.49) を式

(2.62) に代入すると,

$$\begin{aligned}\Sigma(\boldsymbol{k},\tau) &= -\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\langle T_\tau s^+_{\boldsymbol{k}}(\tau)s^-_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle_0, \qquad (2.62)\\ &= -\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\sum_{\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2}\langle T_\tau c^\dagger_{\boldsymbol{k}_1\uparrow}(\tau)c_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}\downarrow}(\tau)c^\dagger_{\boldsymbol{k}_2+\boldsymbol{k}\downarrow}c_{\boldsymbol{k}_2\uparrow}\rangle_c\\ &= -\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\sum_{\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2}\langle T_\tau c^\dagger_{\boldsymbol{k}_1\uparrow}(\tau)c_{\boldsymbol{k}_2\uparrow}\rangle_0\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}\downarrow}(\tau)c^\dagger_{\boldsymbol{k}_2+\boldsymbol{k}\downarrow}\rangle_0\\ &= +\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\sum_{\boldsymbol{k}_1}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}_1\uparrow}c^\dagger_{\boldsymbol{k}_1\uparrow}(\tau)\rangle_0\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}\downarrow}(\tau)c^\dagger_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}\downarrow}\rangle_0\\ &= |T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar\sum_{\boldsymbol{k}_1}g_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{k}_1,-\tau)g_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k},\tau) \qquad (2.65)\end{aligned}$$

となる．ここで, 下から二番目の等号では T_τ 積のなかのフェルミオンの演算子の順序を入れ替えるとマイナスがつくことを用いた. また最後の等号では式 (2.8) を用いてマグノンの自己エネルギーを電子のグリーン関数で書いた.

以下で, ボゾンの松原振動数 $\omega_n = 2\pi n/(\hbar\beta)$ に対するフーリエ変換

$$\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta}d\tau\,e^{i\omega_n\tau}\Sigma(\boldsymbol{k},\tau), \quad \Sigma(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_{i\omega_n}e^{-i\omega_n\tau}\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n) \qquad (2.66)$$

とフェルミオンの松原振動数 $\omega_n = (2n+1)\pi/(\hbar\beta)$ に対するフーリエ変換

$$g(\boldsymbol{k},i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta}d\tau\,e^{i\omega_n\tau}g(\boldsymbol{k},\tau), \quad g(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_{i\omega_n}e^{-i\omega_n\tau}g(\boldsymbol{k},i\omega_n) \qquad (2.67)$$

を用いると, マグノンの自己エネルギー $\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ は

$$\begin{aligned}\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n) &= \int_0^{\hbar\beta}d\tau\,e^{i\omega_n\tau}\Sigma(\boldsymbol{k},\tau)\\ &= |T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar\sum_{\boldsymbol{k}_1}\int_0^{\hbar\beta}d\tau\,e^{i\omega_n\tau}g_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{k}_1,-\tau)g_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k},\tau)\\ &= \frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\beta}\sum_{\boldsymbol{k}_1}\sum_{i\omega_m}g_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{k}_1,i\omega_m)g_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k},i\omega_m+i\omega_n) \qquad (2.68)\end{aligned}$$

となる．まず, 式 (2.68) を計算する．フェルミ分布関数 $n_{\mathrm{F}}(z) \equiv (e^{\hbar\beta z}+1)^{-1}$ は $z = i\omega_m$ で一位の極をもち, その留数は $-(\hbar\beta)^{-1}$ であることを用いると, 式 (2.68) のフェルミ粒子の松原振動数 ω_m についての和は, 複素積分に置き換えることができる:

$$\begin{aligned}\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n) &= -|T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar\sum_{\boldsymbol{k}_1}\oint_{\mathrm{C}}\frac{dz}{2\pi i}n_{\mathrm{F}}(z)g_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{k}_1,z)g_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k},z+i\omega_n)\\ &= -|T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar\sum_{\boldsymbol{k}_1}\oint_{\mathrm{C}}\frac{dz}{2\pi i}n_{\mathrm{F}}(z)\frac{1}{z-\xi_{\boldsymbol{k}_1}}\frac{1}{z-i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}}}. \qquad (2.69)\end{aligned}$$

ここで, 経路 C は図 2.3 の実線のようにとる.

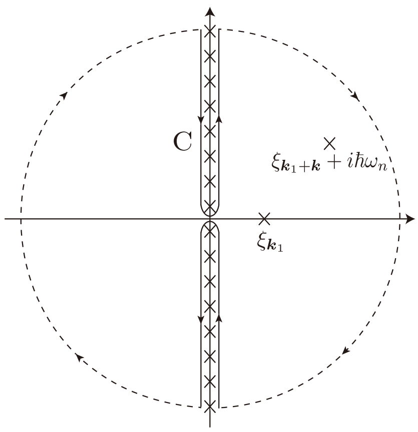

図 2.3　複素積分の経路 C と被積分関数の極.

十分遠方における周回積分 (図 2.3 中の破線) は半径を無限大にする極限でゼロになるので, 実線と破線を組み合わせた閉経路に対して留数定理を用いると, 以下の式が得られる [24]:

$$\begin{aligned}\Sigma(\boldsymbol{k}, i\omega_n) &= |T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar\sum_{\boldsymbol{k}_1}\frac{n_{\mathrm{F}}(i\omega_n+\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}})-n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}_1})}{i\hbar\omega_n+\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}}-\xi_{\boldsymbol{k}_1}}\\ &= |T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar\sum_{\boldsymbol{k}_1}\frac{n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}})-n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}_1})}{i\hbar\omega_n+\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}}-\xi_{\boldsymbol{k}_1}}.\end{aligned} \tag{2.70}$$

ここで, 解析接続 $i\omega_n \to \omega + i\delta$ (δ は微小の正の数) を行うと以下の式を得る:

$$\Sigma^R(\boldsymbol{k},\omega) = -|T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar V\chi^R(\boldsymbol{k},\omega) \tag{2.71}$$

$$\chi^R(\boldsymbol{k},\omega), = -\frac{1}{V}\sum_{\boldsymbol{k}_1}\frac{n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}})-n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}_1})}{\hbar\omega+\xi_{\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}}-\xi_{\boldsymbol{k}_1}+i\delta}. \tag{2.72}$$

ここで $\chi^R(\boldsymbol{k},\omega)$ はリンドハード関数と呼ばれ, 電子のスピン帯磁率を表している. また, V は常磁性金属の体積を表す. つまり, マグノンの自己エネルギーは電子のスピン帯磁率に比例する.

式 (2.64) のダイソン方程式を松原振動数で書き直すと,

$$G(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \frac{1}{G_0(\boldsymbol{k}, i\omega_n)^{-1} - \Sigma(\boldsymbol{k}, i\omega_n)} \tag{2.73}$$

となる. この式を解析接続 $i\omega_n \to \omega + i\delta$ を行った上で, 非摂動グリーン関数の式 (2.39) を代入すると, マグノンのグリーン関数は以下のようになる:

$$\begin{aligned}G^R(\boldsymbol{k},\omega) &= \frac{2S_0/\hbar}{\omega-\omega_{\boldsymbol{k}}+i\alpha_{\mathrm{G}}\omega-\frac{2S_0}{\hbar}\Sigma^R(\boldsymbol{k},\omega)}\\ &\simeq \frac{2S_0/\hbar}{\omega-\omega_{\boldsymbol{k}}+i(\alpha_{\mathrm{G}}+\delta\alpha_{\mathrm{G}})\omega},\end{aligned} \tag{2.74}$$

$$\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\omega) = -\frac{2S_0}{\hbar\omega}\,\mathrm{Im}\,\Sigma^R(\boldsymbol{k},\omega). \tag{2.75}$$

$\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\omega)$ がギルバート減衰の増大である. ここで $\mathrm{Re}\,\Sigma^R$ は強磁性共鳴のピークのエネルギーシフトの情報を持つが, 本研究では共鳴線幅の増大にのみ着目した計算を行うため, 無視した.

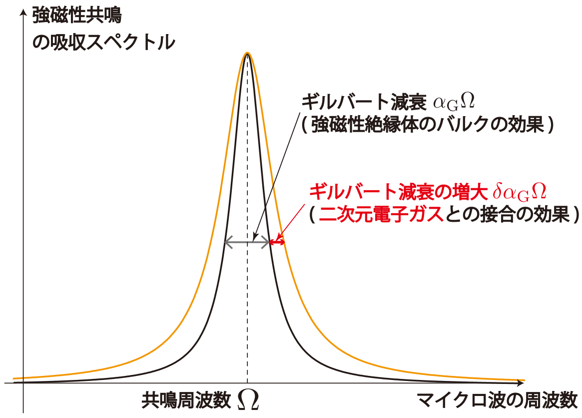

図 2.4　強磁性共鳴の吸収スペクトルの線幅の増大の模式図.

2.5　界面相互作用: 波数が保存しない場合

前節では電子の波数が保存する界面相互作用を考えた. 界面における乱れが強い場合には, 波数が保存しない界面相互作用

$$H_{\mathrm{int}} = \sum_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}} (T_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}} S^{x'+}_{\boldsymbol{k}} s^{x'-}_{\boldsymbol{q}} + T^*_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}} S^{x'-}_{\boldsymbol{k}} s^{x'+}_{\boldsymbol{q}}). \tag{2.76}$$

が系を適切に記述できると期待される [33, 34]. 前節と同じく, マグノンの自己エネルギーを界面の相互作用についての二次摂動によって計算する. 計算の方法はほぼ前節と同じであり, 自己エネルギーが

$$\Sigma(\boldsymbol{k},\tau) = -\sum_{\boldsymbol{q}} \frac{|T_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}}|^2}{\hbar} \langle T_\tau s^+_{\boldsymbol{q}}(\tau) s^-_{\boldsymbol{q}}(0)\rangle_0 \tag{2.77}$$

と変更される. さらに前節と同様の計算を勧めていくと, 最終的に

$$\Sigma^R(\boldsymbol{k},\omega) = -\sum_{\boldsymbol{q}} |T_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}}|^2 \hbar V \chi^R(\boldsymbol{q},\omega) \tag{2.78}$$

となる. ここで $\chi^R(\boldsymbol{q},\omega)$ は式 (2.72) で与えられるリンドハード関数である.

2.6　強磁性共鳴の線幅の増大

2.3 節で述べたように強磁性共鳴の吸収スペクトルの線幅の測定を行うことでギルバート減衰の値を実験的に得ることができる [18]. 図 2.4 に吸収スペクトルの模式図を示す. 黒の実線はバルクの強磁性絶縁体の強磁性共鳴におけるマイクロ波吸収率の振動数依存性を示す. マイクロ波吸収率は共鳴振動数 $\Omega \equiv \omega_{\boldsymbol{q}=\boldsymbol{0}}$ でピーク構造を持ち, ピークの幅はギルバート減衰と関係する (式 (2.74) 参照). 特に $\alpha_{\mathrm{G}} \ll 1$ のとき, 共鳴線幅は $\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega)\Omega$ で与えられる. 一方, 強磁性絶縁体と常磁性金属の接合系では, 接合界面での相互作用によって, 共鳴線幅が増大する. 線幅の変化量 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ は, 図 2.4 に示すようにバルク強磁性体の共鳴ピークと, 接合系での共鳴ピークを比較することによって測定することが可能である.

十分平坦で乱れの少ない界面では, 界面での相互作用ハミルトニアンで波数が保存する過程のみが許さ

れる. このとき, 2.4 節での計算の結果から, 線幅の変化 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ は,

$$\begin{aligned}\delta\alpha_{\mathrm{G}} \simeq \delta\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega) &= -\frac{2S_0}{\hbar\Omega}\mathrm{Im}\,\Sigma^R(\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0},\Omega)\\ &= \frac{2S_0|T_{\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0}}|^2 V}{\Omega}\mathrm{Im}\chi^R(\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0},\Omega)\end{aligned} \tag{2.79}$$

となるが, 自由電子ガスに対しては, 式 (2.72) で与えられるリンドハード関数が $\chi^R(\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0},\Omega)=0$ となるため, 線幅の変化は生じない. つまり線幅の変化が生じるには, 界面での乱れが必要となる.

界面における乱れが大きく, 界面での相互作用ハミルトニアンで波数が保存しない場合には, 2.5 節で行った計算から,

$$\begin{aligned}\delta\alpha_{\mathrm{G}} \simeq \delta\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega) &= -\frac{2S_0}{\hbar\Omega}\mathrm{Im}\,\Sigma^R(\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0},\Omega)\\ &= \sum_{\boldsymbol{q}}\frac{2S_0|T_{\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0},\boldsymbol{q}}|^2 V}{\Omega}\mathrm{Im}\chi^R(\boldsymbol{q},\Omega)\end{aligned} \tag{2.80}$$

となる. 行列要素が波数 $\boldsymbol{q}$ に依らず $T_{\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0},\boldsymbol{q}}=\mathcal{T}$ と一定値をとるとすると,

$$\begin{aligned}\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega) &= -\sum_{\boldsymbol{q}}\frac{2S_0|\mathcal{T}|^2}{\Omega}\mathrm{Im}\sum_{\boldsymbol{k}}\frac{n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}})-n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}})}{\hbar\Omega+\xi_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}}-\xi_{\boldsymbol{k}}+i\delta}\\ &= -\frac{2S_0|\mathcal{T}|^2}{\Omega}\mathrm{Im}\sum_{\boldsymbol{q}}\sum_{\boldsymbol{k}}\frac{n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{q}})-n_{\mathrm{F}}(\xi_{\boldsymbol{k}})}{\hbar\Omega+\xi_{\boldsymbol{q}}-\xi_{\boldsymbol{k}}+i\delta}\end{aligned} \tag{2.81}$$

である. ここで, 角度依存性がない場合, 伝導電子の状態密度を $D(\epsilon_{\mathrm{F}})$ として

$$\frac{1}{V}\sum_{\boldsymbol{k}}(\cdots) \simeq D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi(\cdots) \tag{2.82}$$

とかけることを用いると,

$$\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega) = -\frac{2S_0|\mathcal{T}|^2V^2D^2(\epsilon_{\mathrm{F}})}{\Omega}\mathrm{Im}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_1\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_2\;\frac{n_{\mathrm{F}}(\xi_1)-n_{\mathrm{F}}(\xi_2)}{\hbar\Omega+\xi_1-\xi_2+i\delta} \tag{2.83}$$

となる. そして,

$$\frac{1}{x+i\delta} = \mathcal{P}\frac{1}{x} - i\pi\delta(x) \tag{2.84}$$

を用いることで $\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega)$ は以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\Omega) &= \frac{2\pi S_0|\mathcal{T}|^2V^2D^2(\epsilon_{\mathrm{F}})}{\Omega}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_1\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_2\;(n_{\mathrm{F}}(\xi_1)-n_{\mathrm{F}}(\xi_2))\cdot\delta(\hbar\Omega+\xi_1-\xi_2)\\ &= \frac{2\pi S_0|\mathcal{T}|^2V^2D^2(\epsilon_{\mathrm{F}})}{\Omega}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi_1\;(n_{\mathrm{F}}(\xi_1)-n_{\mathrm{F}}(\hbar\Omega+\xi_1))\\ &= 2\pi\hbar S_0|\mathcal{T}|^2V^2D^2(\epsilon_{\mathrm{F}}).\end{aligned} \tag{2.85}$$

よって, ギルバート減衰の増大は, 状態密度の 2 乗に比例する.

本論文では, 常磁性金属の代わりにスピン軌道相互作用を持つ二次元電子ガスを考察し, ギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ を議論する. スピン軌道相互作用の効果により, 界面で波数が保存する交換相互作用であっても, ギルバート減衰の増大が見られることを具体的に計算で示す.

第 3 章

モデルと定式化

本章から本研究の内容に入る [23]．まず, Rashba 型と Dresselhaus 型のスピン軌道相互作用が共存する二次元電子系の微視的模型を述べ, その定式化について述べる．3.1 節で二次元電子系と強磁性絶縁体の接合を記述する模型を導入したのち, 3.2 節で二次元電子系における不純物の効果をボルン近似で評価する．最後に 3.3 節で磁化の緩和率の変化を摂動論によって評価する．

3.1 模型

図 3.1 のように半導体ヘテロ構造上の二次元電子系と強磁性絶縁体の接合系を考える．x-y 平面におかれた二次元電子系は, Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用の両方を有すると仮定する．外部から強磁性絶縁体にマイクロ波を照射することで強磁性共鳴が起き, それが緩和する際に二次元電子系にスピン流が注入される (スピンポンピング).

本研究では, この系を以下のハミルトニアン H によって記述する:

$$H = H_{\rm 2DEG} + H_{\rm FI} + H_{\rm int}. \tag{3.1}$$

ここで, $H_{\rm 2DEG}$, $H_{\rm FI}$, $H_{\rm int}$ はそれぞれ二次元電子系, 強磁性絶縁体および界面のハミルトニアンである．以下でこの 3 つのハミルトニアンの具体的な内容について詳しく述べる．

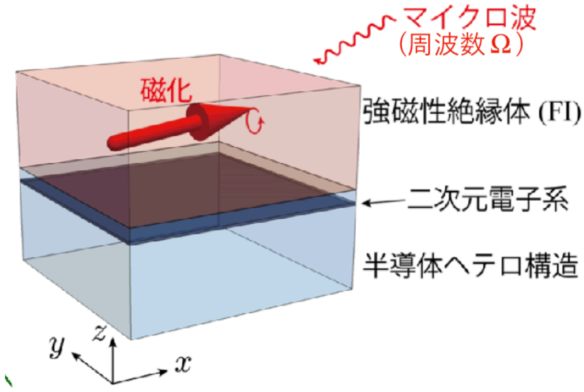

図 3.1　二次元電子系へのスピンポンピング実験の模式図．図 1.6 を再掲している．強磁性体に振動数 Ω のマイクロ波を照射し, 磁化の歳差運動を生じさせる．この際, 二次元電子系との相互作用を通して, 磁化のもつスピンの一部が二次元電子系に注入される．

3.1.1　二次元電子系

二次元電子系のハミルトニアン H_{2DEG} は運動エネルギーと不純物からなっている:

$$H_{\mathrm{2DEG}} = H_{\mathrm{kin}} + V_{\mathrm{imp}}. \tag{3.2}$$

まず, 運動エネルギーを記述するハミルトニアン H_{kin} は以下のように与えられる:

$$H_{\mathrm{kin}} = \sum_{\boldsymbol{k}} (c^\dagger_{\boldsymbol{k}\uparrow} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\downarrow}) \hat{h}_{\boldsymbol{k}} \begin{pmatrix} c_{\boldsymbol{k}\uparrow} \\ c_{\boldsymbol{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \tag{3.3}$$

$$\hat{h}_{\boldsymbol{k}} = \Big(\frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} - \mu \Big) \hat{I} + \alpha(k_y \hat{\sigma}_x - k_x \hat{\sigma}_y) + \beta(k_x \hat{\sigma}_x - k_y \hat{\sigma}_y). \tag{3.4}$$

ここで $c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma}$ $(c_{\boldsymbol{k}\sigma})$ は波数 $\boldsymbol{k}$, スピン σ を持つ電子を作る生成 (消滅) 演算子である. $\hat{h}_{\boldsymbol{k}}$ は 2×2 行列であり, 式 (3.4) の右辺第一項が電子の運動エネルギーを, 第二項が Rashba スピン軌道相互作用を, 第三項が Dresselhaus スピン軌道相互作用をそれぞれ記述する. m^* は電子の有効質量であり, α, β は Rashba スピン軌道相互作用および Dresselhaus スピン軌道相互作用の大きさをそれぞれ表す. $\hat{I}$ は 2×2 の単位行列, $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ はパウリ行列である. 表記を簡単にするために $\hat{h}_{\boldsymbol{k}}$ を以下の形に書き換える:

$$\hat{h}_{\boldsymbol{k}} = \xi_{\boldsymbol{k}} \hat{I} - \boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \tag{3.5}$$

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} = (-\alpha k_y - \beta k_x, \alpha k_x + \beta k_y, 0). \tag{3.6}$$

ここで $\xi_{\boldsymbol{k}} = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/(2m^*) - \mu$ は化学ポテンシャルから測った電子の運動エネルギーであり, $\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}$ はスピン軌道相互作用によって電子が感じる有効ゼーマン磁場と考えることができる. さらに温度とスピン軌道相互作用によるゼーマンエネルギーが共にフェルミエネルギーに比べて十分小さい $(k_{\mathrm{B}}T, k_{\mathrm{F}}\alpha, k_{\mathrm{F}}\beta \ll \mu)$ と仮定する. このとき, 二次元のフェルミ面近傍の電子状態のみがスピン緩和に寄与するので, フェルミ面近傍の分散関係を

$$\xi_{\boldsymbol{k}} \simeq \hbar v_{\mathrm{F}}(|\boldsymbol{k}| - k_{\mathrm{F}}) \tag{3.7}$$

と近似することができる. さらにスピン軌道相互作用の項に現れる電子の波数を

$$(k_x, k_y) \simeq (k_{\mathrm{F}} \cos\varphi, k_{\mathrm{F}} \sin\varphi), \tag{3.8}$$

とすることができる. ここで φ は電子の波数 $\boldsymbol{k}$ の x-y 面内の方位を表す. このとき, 有効ゼーマン磁場は

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \simeq k_{\mathrm{F}}(-\alpha \sin\varphi - \beta \cos\varphi, \alpha \cos\varphi + \beta \sin\varphi, 0) \tag{3.9}$$

となる. 図 3.2 に $\alpha/\beta = 0, 0.5, 1, 3$ の時のフェルミ面近傍での有効磁場 $\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}$ を模式的に示す.

二次元電子中の不純物は以下のように記述される:

$$V_{\mathrm{imp}} = u \sum_{i \in \mathrm{imp}} \sum_{\sigma} \Psi^\dagger(\boldsymbol{r}_i) \Psi(\boldsymbol{r}_i). \tag{3.10}$$

不純物ポテンシャル V_{imp} は不純物サイト i の和で表されており, u は不純物ポテンシャルの強度を表す. この不純物ポテンシャルは電子と不純物サイトの位置が一致する時のみ, 電子が不純物サイトと相互作用することを表している.

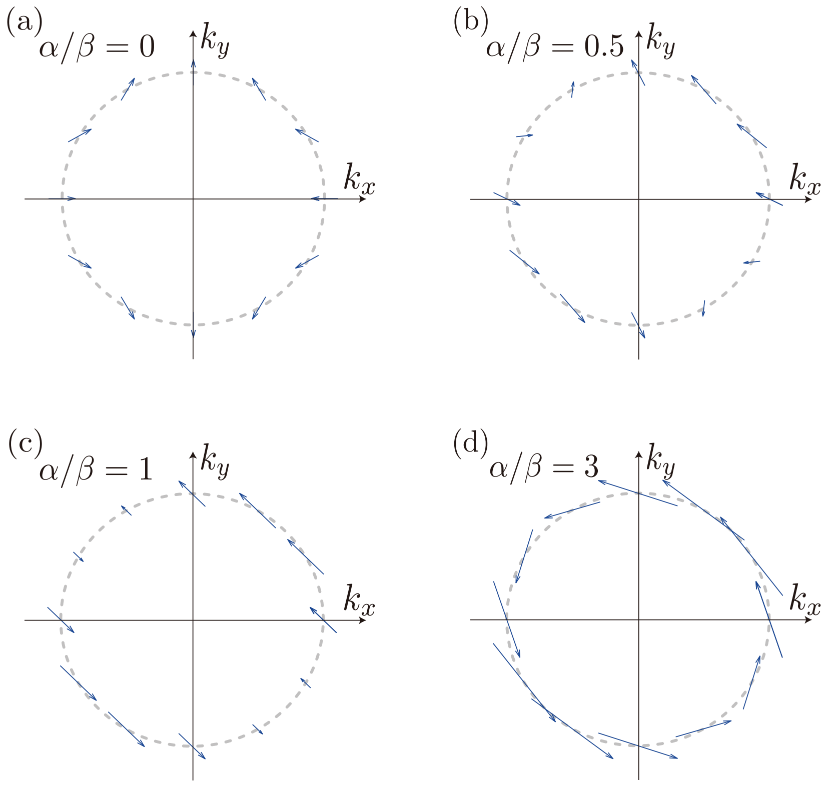

図 3.2　フェルミ面上の電子が感じる有効磁場 $\boldsymbol{h}_{\rm eff}$. フェルミ波数に比べて分裂幅は十分小さいとして，スピン分裂したフェルミ面を一つの円で書いた. 青色の矢印が電子が感じる有効磁場を表す.

$\Psi^\dagger_\sigma(\boldsymbol{r})$ ($\Psi_\sigma(\boldsymbol{r})$) は電子の位置 $\boldsymbol{r}$ における生成消滅演算子であり，$c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma}$ ($c_{\boldsymbol{k}\sigma}$) からフーリエ変換によって定義される:

$$\Psi^\dagger_\sigma(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{A}}}\sum_{\boldsymbol{k}\sigma} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}, \tag{3.11}$$

$$\Psi_\sigma(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{A}}}\sum_{\boldsymbol{k}} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}. \tag{3.12}$$

ここで $\mathcal{A}$ は接合界面の面積である.

3.1.2　強磁性絶縁体

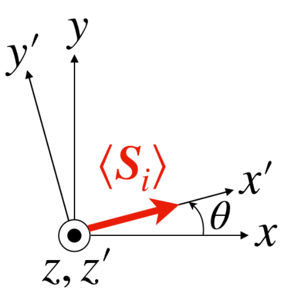

図 3.3　座標変換. x-y 座標は実験室系の座標系であり，x'-y' 座標は強磁性絶縁体中の局在スピン $\langle \boldsymbol{S}_i \rangle$ に固定した座標系である.

強磁性絶縁体中の局在スピンの期待値 $\langle \boldsymbol{S}_i \rangle$ は実験室系の x-y 座標平面内にあるとする．図 3.3 のように $\langle \boldsymbol{S}_i \rangle$ を x-y 座標系の x 軸から測った角度を θ とする．この時, 局在スピンの期待値は元の実験室系の座標系では以下のようにかける:

$$\langle \boldsymbol{S}_i \rangle = (\langle S_i^x \rangle, \langle S_i^y \rangle, \langle S_i^z \rangle) = (S_0 \cos\theta, S_0 \sin\theta, 0). \tag{3.13}$$

$S_0 = |\langle \boldsymbol{S}_i \rangle|$ は 1 サイトあたりの局在スピンの大きさを表す．実験室座標系では後述するマグノン近似の計算が煩雑になるので, 図 3.3 のようにスピンの期待値 $\langle \boldsymbol{S}_i \rangle$ の方位に x' 軸を固定した新しい座標系 (x'-y' 座標) を導入する．実験室座標系と新しい座表系で, スピン演算子は以下の関係にある:

$$\begin{pmatrix} S_i^{x'} \\ S_i^{y'} \\ S_i^{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_i^x \\ S_i^y \\ S_i^z \end{pmatrix}. \tag{3.14}$$

これより, 新しい座標系でのスピン演算子の期待値は以下のように書ける:

$$\langle \boldsymbol{S}_i \rangle = (\langle S_i^{x'} \rangle, \langle S_i^{y'} \rangle, \langle S_i^{z'} \rangle) = (S_0, 0, 0). \tag{3.15}$$

新しい座標系のスピン演算子 $\boldsymbol{S}_i = (S_i^{x'}, S_i^{y'}, S_i^{z'})$ を用いると, 強磁性絶縁体のハミルトニアンは以下のようになる:

$$\begin{aligned} H_{\rm FI} &= J \sum_{\langle i,j \rangle} (S_i^{x'} S_j^{x'} + S_i^{y'} S_j^{y'} + S_i^{z'} S_j^{z'}) - \hbar\gamma h_{\rm dc} \sum_i S_i^{x'} \\ &= J \sum_{\langle i,j \rangle} \left(S_i^{x'} S_j^{x'} + \frac{1}{2} (S_i^{x'+} S_j^{x'-} + S_i^{x'-} S_j^{x'+}) \right) - \hbar\gamma h_{\rm dc} \sum_i S_i^{x'}. \end{aligned} \tag{3.16}$$

J は隣接するスピン間の交換相互作用の大きさ, $h_{\rm dc}$ は外部磁場, γ (< 0) は磁気回転比をそれぞれ表す．前章と同様に $h_{\rm dc} < 0$ とし, スピンは外部磁場によって $+x'$ の向きを向いているものとする. また $S_i^{x'\pm} \equiv S_i^{y'} \pm i S_i^{z'}$ はスピンの昇降演算子である.

式 (3.16) のハイゼンベルク模型に対してスピン波近似を適用し, 2.3 節と同様の計算を行う．ただし, 2.3 節では局在スピンが $+z$ の向きを向いていたことに対し, ここでは $+x'$ の向きを向いていることが異なる．スピン演算子とマグノンの生成消滅演算子の間の関係式は以下のように変更される:

$$S_i^{x'-} = S_i^{y'} - i S_i^{z'} \simeq \sqrt{2S_0}\, b_i^\dagger, \tag{3.17}$$

$$S_i^{x'+} = S_i^{y'} + i S_i^{z'} \simeq \sqrt{2S_0}\, b_i, \tag{3.18}$$

$$S_i^{x'} = S_0 - b_i^\dagger b_i. \tag{3.19}$$

これを用いて, 式 (3.16) のハミルトニアンをマグノンの生成消滅演算子 $b_{\boldsymbol{k}}^\dagger$, $b_{\boldsymbol{k}}$ によって書き直すと,

$$H_{\rm FI} = \sum_{\boldsymbol{k}} \hbar\omega_{\boldsymbol{k}} b_{\boldsymbol{k}}^\dagger b_{\boldsymbol{k}}, \tag{3.20}$$

$$\hbar\omega_{\boldsymbol{k}} = \mathcal{D}\boldsymbol{k}^2 + \hbar\gamma h_{\rm dc} \tag{3.21}$$

となる. ここで $\mathcal{D}$ はスピン剛性率である.

スピン相関関数 (マグノンのグリーン関数) を

$$G_0(\boldsymbol{k}, \tau) = -\frac{1}{\hbar} \langle S_{\boldsymbol{k}}^{x'+}(\tau) S_{\boldsymbol{k}}^{x'-}(0) \rangle \tag{3.22}$$

と定義する. これを 2.3 節と同様の計算によりマグノンの生成消滅演算子で書き換えると,

$$G_0(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta} d\tau\, G_0(\boldsymbol{k}, \tau) e^{i\omega_n \tau} = \frac{2S_0/\hbar}{i\omega_n - \omega_{\boldsymbol{k}} + i\alpha_{\mathrm{G}}|\omega_n|} \tag{3.23}$$

となる. こうして松原形式のマグノンのグリーン関数が求まった. ここで, $\omega_n = 2n\pi/(\hbar\beta)$ はボゾンの松原振動数であり, α_{G} はギルバート減衰の大きさを表す無次元の現象論的パラメータである.

3.1.3　界面相互作用

界面での交換相互作用 H_{int} は, スピンに対するトンネルハミルトニアン

$$H_{\mathrm{int}} = \sum_{\boldsymbol{k}} (T_{\boldsymbol{k}} S_{\boldsymbol{k}}^{x'+} s_{\boldsymbol{k}}^{x'-} + T_{\boldsymbol{k}}^* S_{\boldsymbol{k}}^{x'-} s_{\boldsymbol{k}}^{x'+}) \tag{3.24}$$

によって記述する. ここで, $T_{\boldsymbol{k}}$ は界面相互作用の強さであり, $s_{\boldsymbol{k}}^{x'+}$, $s_{\boldsymbol{k}}^{x'-}$ はそれぞれ, 伝導電子のスピンを x' 軸方向に増減させるスピンの昇降演算子である. ここでは, 二次元電子系と強磁性体の接合界面が十分平坦であるとし, スピンの波数 $\boldsymbol{k}$ が保存するとした. $s_{\boldsymbol{k}}^{x'\pm}$ は電子の生成消滅演算子を用いて以下のようにかける:

$$s_{\boldsymbol{k}}^{x'\pm} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma,\sigma'} \sum_{\boldsymbol{k}'} c_{\boldsymbol{k}'\sigma}^{\dagger} (\hat{\sigma}^{x'\pm})_{\sigma\sigma'} c_{\boldsymbol{k}'\pm\boldsymbol{k}\sigma'}, \tag{3.25}$$

$$\hat{\sigma}^{x'\pm} = \hat{\sigma}^{y'} \pm i\hat{\sigma}^{z'}. \tag{3.26}$$

ここで, $\hat{\sigma}^{x'}$ は x'-y' 座標系での x' 方向のスピンの昇降演算子に対応するパウリ行列である. $\hat{\sigma}^{x'}$, $\hat{\sigma}^{y'}$, $\hat{\sigma}^{z'}$ は元のパウリ行列と回転変換により,

$$\begin{pmatrix} \hat{\sigma}^{x'} \\ \hat{\sigma}^{y'} \\ \hat{\sigma}^{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^{x} \\ \hat{\sigma}^{y} \\ \hat{\sigma}^{z} \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

によって結ばれる. これを利用すると, x' 方向のスピンの昇降演算子は,

$$\hat{\sigma}^{x'\pm} = -\sin\theta\, \hat{\sigma}_x + \cos\theta\, \hat{\sigma}_y \pm i\sigma_z \tag{3.28}$$

とパウリ行列によって書き直される.

3.2　ボルン近似による電子のグリーン関数の計算

本節では, 二次元電子系における不純物散乱の効果を, ボルン近似の範囲内で評価し, 電子の温度グリーン関数を評価する. 本計算で用いる手法自体はすでによく知られているが, Rashba スピン軌道相互作用もしくは Dresselhaus スピン軌道相互作用が存在する場合を具体的に計算した文献は調べた限りではなかったため, Rashba スピン軌道相互作用によるスピンホール効果を議論した文献 [37] を参考にして, 本研究で新しく計算を行った.

不純物がない時の二次元電子系のハミルトニアンを再掲する:

$$H_{\mathrm{kin}} = \sum_{\boldsymbol{k}} (c_{\boldsymbol{k}\uparrow}^{\dagger}\ c_{\boldsymbol{k}\downarrow}^{\dagger}) \hat{h}_{\boldsymbol{k}} \begin{pmatrix} c_{\boldsymbol{k}\uparrow} \\ c_{\boldsymbol{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \tag{3.29}$$

$$\hat{h}_{\boldsymbol{k}} = \xi_{\boldsymbol{k}} \hat{I} - \boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}. \tag{3.30}$$

ここで有効磁場 $\boldsymbol{h}_{\text{eff}}$ は式 (3.9) で与えられるが, 以下では簡単のために, $\boldsymbol{h}_{\text{eff}} = (h_x, h_y, 0)$ と表記する. このとき, 波数 $\boldsymbol{k}$ の電子のエネルギー固有値は, 固有値方程式

$$\begin{aligned}\Delta(E) &\equiv \det(E\hat{I} - \hat{h}_{\boldsymbol{k}}) = \det((E - \xi_{\boldsymbol{k}})\hat{I} + h_x\hat{\sigma}_x + h_y\hat{\sigma}_y)\\ &= \begin{vmatrix} E - \xi_{\boldsymbol{k}} & h_x - ih_y \\ h_x + ih_y & E - \xi_{\boldsymbol{k}} \end{vmatrix} = 0\end{aligned} \tag{3.31}$$

から求めることができ, エネルギー固有値は $E = E_{\boldsymbol{k}}^{\pm}$ となる. ここで

$$E_{\boldsymbol{k}}^{\pm} = \xi_{\boldsymbol{k}} \pm h_{\text{eff}}(\varphi), \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}h_{\text{eff}}(\varphi) &\equiv |\boldsymbol{h}_{\text{eff}}| = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}\\ &\simeq k_{\text{F}}\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\sin 2\varphi}\end{aligned} \tag{3.33}$$

である. つまり $2h_{\text{eff}}(\varphi)$ は方位 φ に運動する電子のスピン分裂の大きさを表す.

電子の温度グリーン関数を, $-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta$ に対して, 以下のように定義する:

$$\hat{g}(\boldsymbol{k}, \tau) = \begin{pmatrix} g_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{k}, \tau) & g_{\uparrow\downarrow}(\boldsymbol{k}, \tau) \\ g_{\downarrow\uparrow}(\boldsymbol{k}, \tau) & g_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{k}, \tau) \end{pmatrix} \tag{3.34}$$

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, \tau) = -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) c_{\boldsymbol{k}\sigma'}^{\dagger}\rangle, \tag{3.35}$$

$$c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) = e^{H_{\text{kin}}\tau/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-H_{\text{kin}}\tau/\hbar}. \tag{3.36}$$

ここで, 電子スピンの z 成分の自由度 $(\sigma, \sigma' =\uparrow, \downarrow)$ により, 温度グリーン関数が 2×2 行列となる.

以下ではまず, 式 (3.40) を用いて不純物がない時の温度グリーン関数 $\hat{g}_0(\boldsymbol{k}, \tau)$ の表式を求める. 不純物がないときの電子の温度グリーン関数は, 次の運動方程式に従うことがわかる:

$$\left(-\hbar\hat{I}\frac{\partial}{\partial\tau} - \hat{h}_{\boldsymbol{k}}\right)\hat{g}_0(\boldsymbol{k}, \tau) = \delta(\tau)\hat{I}, \qquad (-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta). \tag{3.37}$$

運動方程式の詳しい導出方法は付録 D で述べる. ここで, グリーン関数とデルタ関数は次のようにフーリエ展開される:

$$\hat{g}_0(\boldsymbol{k}, \tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_{\omega_n} e^{-i\omega_n\tau}\hat{g}_0(\boldsymbol{k}, i\omega_n), \tag{3.38}$$

$$\delta(\tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_{\omega_n} e^{-i\omega_n\tau}. \tag{3.39}$$

ここで $\omega_n = (2n+1)\pi/(\hbar\beta)$ はフェルミオンの松原振動数である. これらのフーリエ展開を式 (3.37) に代入すると, 以下の式を得る:

$$\hat{g}_0(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = (i\hbar\omega_n\hat{I} - \hat{h}_{\boldsymbol{k}})^{-1}. \tag{3.40}$$

ここで, -1 のべき乗は 2×2 行列の逆行列を表す. 式 (3.5) より,

$$i\hbar\omega_n\hat{I} - \hat{h}_{\boldsymbol{k}} = \begin{pmatrix} i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} & h_x - ih_y \\ h_x + ih_y & i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} \end{pmatrix}. \tag{3.41}$$

となるので, この行列の逆行列を求めればよい. 式 (3.41) の行列式は, 固有値方程式 (3.31) の左辺で定義した $\Delta(E)$ によって,

$$\begin{vmatrix} i\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} & h_x - ih_y \\ h_x + ih_y & i\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} \end{vmatrix} = \Delta(i\omega_n) \tag{3.42}$$

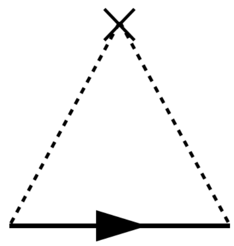

図 3.4　不純物の二次摂動を表すファインマンダイアグラム. 実線は不純物の効果を考慮しない電子のグリーン関数を表し, 波線は不純物との相互作用を表す.

と書き表されるので, 固有方程式 $\Delta(E)=0$ の解が $E=E_{\boldsymbol{k}}^{\pm}$ であることを用いて,

$$\Delta(i\omega_n)=\begin{vmatrix} i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}} & h_x-ih_y \\ h_x+ih_y & i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}} \end{vmatrix}=(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{+})(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{-}) \tag{3.43}$$

が成り立つ. これより, $\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n))$ は,

$$\begin{aligned}\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n)&=\frac{1}{(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{+})(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{-})}\begin{pmatrix} i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}} & -(h_x-ih_y) \\ -(h_x+ih_y) & i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}} \end{pmatrix} \\ &=\frac{(i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}})\hat{I}-h_x\hat{\sigma}_x-h_y\hat{\sigma}_y}{(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{+})(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{-})} &(3.44)\\ &=\frac{(i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}})\hat{I}-\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{+})(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^{-})} &(3.45)\end{aligned}$$

と計算される. こうして不純物がない時の電子の温度グリーン関数 $\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ が求まった.

次に, $\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ を用いて不純物の効果を考慮した温度グリーン関数 $\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ をダイソン方程式を計算を使って求める. ダイソン方程式は以下のように書き表される：

$$(\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n))^{-1}=(\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n))^{-1}-\hat{\Gamma}(i\omega_n). \tag{3.46}$$

ここで, $\hat{\Gamma}(i\omega_n)$ は温度グリーン関数 $\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ の自己エネルギーである. 自己エネルギー $\hat{\Gamma}(i\omega_n)$ を, 式 (3.10) で記述される不純物ハミルトニアン V_{imp} の二次摂動より求める. 対応するファインマン・ダイアグラムを図 3.4 に示す. このダイアグラムより, 自己エネルギー $\hat{\Gamma}(i\omega_n)$ は,

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}(i\omega_n)&=\frac{n_iu^2}{\mathcal{A}}\sum_{\boldsymbol{k}}\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n)\\ &=n_iu^2D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\hat{g}_0(\boldsymbol{k},i\omega_n) &(3.47)\end{aligned}$$

となる. この計算はボルン近似に相当する. ここで n_i は不純物サイトの数である. また, 二つ目の等号では波数についての和を積分に変える公式

$$\frac{1}{\mathcal{A}}\sum_{\boldsymbol{k}}(\cdots)\simeq D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(\cdots) \tag{3.48}$$

を用いた (詳しい導出は付録 E に示す). ここで右辺では波数 $\boldsymbol{k}$ の代わりに, 波数の方位 φ と化学ポテンシャルから測ったエネルギー $\xi=(\hbar\boldsymbol{k})^2/2m^*-\mu$ の 2 つのパラメータで波数を指定している. 式 (3.47)

を計算するにあたり, φ 積分を考察する:

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\hat{g}_0(\xi,\varphi,i\omega_n)=\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{(i\hbar\omega_n-\xi)\hat{I}-\boldsymbol{h}_{\rm eff}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{(i\hbar\omega_n-E^+)(i\hbar\omega_n-E^-)}. \tag{3.49}$$

分母の $E^{\pm}$ は式 (3.32, 3.33)

$$E^{\pm}=\xi\pm h_{\rm eff}(\varphi), \tag{3.32}$$

$$h_{\rm eff}(\varphi)\equiv|\boldsymbol{h}_{\rm eff}|\simeq k_{\rm F}\sqrt{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta\sin 2\varphi} \tag{3.33}$$

で与えられている. したがって, 式 (3.49) の被積分関数の分母は $\varphi\to\varphi+\pi$ としても元と同じである. 一方, 式 (3.49) の分子にある $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}=k_{\rm F}(\hat{\sigma}_x\cos\varphi+\hat{\sigma}_y\sin\varphi)$ は $\varphi\to\varphi+\pi$ の変換によって符号が反転する. したがって, 角度積分を

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(\cdots)=\int_0^{\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}+\int_{\pi}^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi} \tag{3.50}$$

と分離すると, , 式 (3.49) の $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ の項の符号が 2 つの積分内で逆となり, この項を含む積分は打ち消し合ってゼロになる. よって式 (3.49) の分子にある $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ は落とすことができる. 残りの部分は,

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}(i\omega_n)&=n_iu^2D(\epsilon_{\rm F})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{(i\hbar\omega_n-\xi)\hat{I}}{(i\hbar\omega_n-E^+)(i\hbar\omega_n-E^-)}\\&=n_iu^2D(\epsilon_{\rm F})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{1}{2}\Big[\frac{1}{i\hbar\omega_n-E^+}+\frac{1}{i\hbar\omega_n-E^-}\Big]\hat{I}\\&=n_iu^2D(\epsilon_{\rm F})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{\hat{I}}{2}\sum_{\nu=\pm1}\frac{1}{i\hbar\omega_n-\xi-\nu h_{\rm eff}(\varphi)}\end{aligned} \tag{3.51}$$

と計算できる. そして ξ 積分は $\xi'\equiv\xi+\nu h_{\rm eff}$ と変数変換することにより以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\frac{1}{i\hbar\omega_n-\xi-\nu h_{\rm eff}(\varphi)}=-\int_{-\infty}^{\infty}d\xi'\frac{1}{\xi'-i\hbar\omega_n}\\&=-\int_{-\infty}^{\infty}d\xi'\frac{\xi'+i\hbar\omega_n}{\xi'^2+(\hbar\omega_n)^2}=-i\pi{\rm sgn}(\omega_n).\end{aligned} \tag{3.52}$$

したがって, $\hat{\Gamma}(i\omega_n)$ は以下のように計算できる:

$$\hat{\Gamma}(i\omega_n)=-i\pi n_iu^2D(\epsilon_{\rm F}){\rm sgn}(\omega_n)\hat{I}\equiv-i\frac{\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)\hat{I}. \tag{3.53}$$

ここで,

$$\Gamma\equiv 2\pi n_iu^2D(\epsilon_{\rm F}) \tag{3.54}$$

は不純物による散乱の強さを表すパラメータである. これをダイソン方程式: 式 (3.46) に代入すると, 以下の式を得る:

$$(\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n))^{-1}=\begin{pmatrix}i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}}+\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n) & h_x-ih_y\\ h_x+ih_y & i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}}+\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)\end{pmatrix}. \tag{3.55}$$

これは式 (3.41) の $i\hbar\omega_n$ が $i\hbar\omega_n+\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)$ になっているだけであるので, 式 (3.45) の $i\hbar\omega_n$ を $i\hbar\omega_n+\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)$ に置き換えることで,

$$\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n)=\frac{\Big(i\hbar\omega_n-\xi_{\boldsymbol{k}}+\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)\Big)\hat{I}-\boldsymbol{h}_{\rm eff}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{\Big(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^++\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)\Big)\Big(i\hbar\omega_n-E_{\boldsymbol{k}}^-+\frac{i\Gamma}{2}{\rm sgn}(\omega_n)\Big)} \tag{3.56}$$

となる. こうして不純物を考慮した電子のグリーン関数がボルン近似の範囲で求まった.

3.3 磁化の緩和率の摂動計算

本節では, 界面における相互作用について摂動論を用いて, マグノンの自己エネルギーを求め, ギルバート減衰の変化を計算する. まず, 系のハミルトニアンを, 以下のように非摂動項 H_0 と摂動項 H_{int} の 2 つに分ける:

$$H = H_0 + H_{\mathrm{int}}, \tag{3.57}$$

$$H_0 = H_{\mathrm{2DEG}} + H_{\mathrm{FI}}. \tag{3.58}$$

ここで H_{2DEG}, H_{FI}, H_{int} はそれぞれ二次元電子系, 強磁性絶縁体, 界面相互作用を記述するハミルトニアンである. 第 2 章で行ったように, マグノンの自己エネルギーを H_{int} の二次摂動によって評価すると,

$$\Sigma(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\langle T_\tau s^{x'+}_{\boldsymbol{k}}(\tau)s^{x'-}_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle_0 \tag{3.59}$$

となる. 式 (3.25) を代入し, 自己エネルギーの計算を続けると, 以下の式を得る:

$$\begin{aligned}\Sigma(\boldsymbol{k},\tau) &= -\frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{\hbar}\langle T_\tau s^{x'+}_{\boldsymbol{k}}(\tau)s^{x'-}_{\boldsymbol{k}}(0)\rangle_0 &(3.59)\\ &= \frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2\hbar}{4}\sum_{\sigma,\sigma',\sigma'',\sigma'''}\sum_{\boldsymbol{k}_1}(\hat{\sigma}^{x'+})_{\sigma\sigma'}(\hat{\sigma}^{x'-})_{\sigma''\sigma'''}g_{\sigma'''\sigma}(\boldsymbol{k}_1,-\tau)g_{\sigma'\sigma''}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k},\tau). &(3.60)\end{aligned}$$

これをフーリエ変換することで, 振動数表示のグリーン関数 $\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ が得られる:

$$\begin{aligned}\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n) &= \int_0^{\hbar\beta}d\tau\, e^{i\omega_n\tau}\Sigma(\boldsymbol{k},\tau)\\ &= \frac{|T_{\boldsymbol{k}}|^2}{4\beta}\sum_{\boldsymbol{k}_1,i\omega_m}\mathrm{Tr}\Big[\hat{g}(\boldsymbol{k}_1,i\omega_m)\hat{\sigma}^{x'+}\hat{g}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k},i\omega_m+i\omega_n)\hat{\sigma}^{x'-}\Big]. &(3.61)\end{aligned}$$

ここで $\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n)$ は式 (3.56) で与えられる不純物を考慮した伝導電子の温度グリーン関数である. 以下に再掲する:

$$\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n) = \frac{\left(i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\right)\hat{I} - \boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{\left(i\hbar\omega_n - E^+_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\right)\left(i\hbar\omega_n - E^-_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\right)}. \tag{3.62}$$

表記を簡単にするために, 式 (3.62) の温度グリーン関数を以下のように書き換える:

$$\begin{aligned}\hat{g}(\boldsymbol{k},i\omega_n) &= \frac{A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'}}{D}, &(3.63)\\ A \equiv A(i\omega_m) &= i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n), &(3.64)\\ B &= -(h_x\cos\theta + h_y\sin\theta) = -\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}, &(3.65)\\ C &= -(-h_x\sin\theta + h_y\cos\theta), &(3.66)\\ D \equiv D(i\omega_m) &= \left(i\hbar\omega_n - E^+_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\right)\left(i\hbar\omega_n - E^-_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\right). &(3.67)\end{aligned}$$

ここで $\hat{\boldsymbol{m}} = (\cos\theta, \sin\theta, 0)$ は強磁性絶縁体中の局在スピンの期待値の向きを表している. 式 (3.62) を式 (3.61) に代入して計算すると以下の式を得る (詳しい導出は付録 F で述べる):

$$\Sigma(\boldsymbol{0},i\omega_n) = \frac{|T_{\boldsymbol{0}}|^2}{\beta}\sum_{\boldsymbol{k},i\omega_m}\frac{(A'-B)(A+B)}{DD'}. \tag{3.68}$$

ここで $A' \equiv A(i\omega_m + i\omega_n)$, $D' \equiv D(i\omega_m + i\omega_n)$ である．さらに松原振動数 ω_n の和を複素積分を使って評価し, 波数 $\boldsymbol{k}$ についての和を方位 φ と化学ポテンシャルから測ったエネルギー ξ についての 2 重積分で置き換え, ξ 積分を実行する．さらに解析接続を行うことで, マグノンのグリーン関数の遅延成分の虚部が求められる:

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,\Sigma^R(\mathbf{0},\omega) = &-\frac{|T_{\mathbf{0}}|^2\mathcal{A}}{4}\sum_{\nu,\nu'}D(\epsilon_\mathrm{F})\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(1-\nu\hat{\boldsymbol{h}}_\mathrm{eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})(1+\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_\mathrm{eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})\\ &\times\frac{\Gamma\hbar\omega}{(\hbar\omega+E^\nu_{\boldsymbol{k}}-E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}})^2+\Gamma^2}.\end{aligned} \tag{3.69}$$

計算の詳細は付録 G で示す.

3.4　ギルバート減衰の増大

ダイソン方程式より, マグノンの温度グリーン関数は以下のように与えられる:

$$G(\boldsymbol{k},i\omega_n) = \frac{2S_0/\hbar}{i\omega_n-\omega_{\boldsymbol{k}}+i\alpha_\mathrm{G}|\omega_n|-\frac{2S_0}{\hbar}\Sigma(\boldsymbol{k},i\omega_n)}. \tag{3.70}$$

さらに解析接続 $i\omega_n \to \omega + i\eta$ を行うと, マグノンの遅延グリーン関数が得られる:

$$\begin{aligned}G^R(\boldsymbol{k},\omega) &= \frac{2S_0/\hbar}{\omega-\omega_{\boldsymbol{k}}+i(\alpha_\mathrm{G}-\frac{2S_0}{i\hbar\omega}\Sigma^R(\boldsymbol{k},\omega))\omega}\\ &\simeq \frac{2S_0/\hbar}{\omega-\omega_{\boldsymbol{k}}+i(\alpha_\mathrm{G}+\delta\alpha_\mathrm{G})\omega}.\end{aligned} \tag{3.71}$$

ここで, $\delta\alpha_\mathrm{G}$ はギルバート減衰の増大であり, 以下の式で与えられる:

$$\delta\alpha_\mathrm{G} \equiv -\frac{2S_0}{\hbar\omega}\,\mathrm{Im}\,\Sigma^R(\boldsymbol{k},\omega). \tag{3.72}$$

ここで自己エネルギーの実部の影響は無視した．また, ギルバート減衰の大きさは $\alpha_\mathrm{G}+\delta\alpha_\mathrm{G} \sim 10^{-4} \ll 1$ であるので強磁性共鳴の吸収スペクトルのピークは十分鋭い．したがって, 式 (3.71) のマイクロ波の周波数 ω を強磁性共鳴の共鳴周波数 $\Omega = \omega_{\mathbf{0}}$ で置き換える．つまり, 式 (3.71) は以下のように変更される:

$$G^R(\mathbf{0},\Omega) = \frac{2S_0/\hbar}{\omega-\Omega+i(\alpha_\mathrm{G}+\delta\alpha_\mathrm{G})\Omega}. \tag{3.73}$$

これに伴い, ギルバート減衰の増大: 式 (3.72) も以下のように変更される:

$$\delta\alpha_\mathrm{G} \simeq -\frac{2S_0}{\hbar\Omega}\,\mathrm{Im}\,\Sigma^R(\mathbf{0},\Omega). \tag{3.74}$$

ここに式 (3.69) を代入すると, ギルバート減衰の増大は以下のようになる:

$$\begin{aligned}\delta\alpha_\mathrm{G}(\Omega) = &\,2\pi S_0|T_{\mathbf{0}}|^2\mathcal{A}D(\epsilon_\mathrm{F})\sum_{\nu,\nu'}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{1-\nu\hat{\boldsymbol{h}}_\mathrm{eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}}{2}\frac{1+\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_\mathrm{eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}}{2}\\ &\times\frac{\Gamma/\pi}{(\hbar\Omega+E^\nu_{\boldsymbol{k}}-E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}})^2+\Gamma^2}\end{aligned} \tag{3.75}$$

となる. $\Delta_0 \equiv k_{\rm F}\beta$ を用いて無次元化を行うと以下のようになる:

$$\delta\alpha_{\rm G}(\Omega) = \alpha_{\rm G,0}\sum_{\nu,\nu'}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{1-\nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}}{2}\frac{1+\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}}{2}F(\hbar\Omega + E_{\boldsymbol{k}}^{\nu} - E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'}), \tag{3.76}$$

$$\alpha_{\rm G,0} = 2\pi S_0|T_{\boldsymbol{0}}|^2\mathcal{A}D(\epsilon_{\rm F})\Delta_0^{-1}, \tag{3.77}$$

$$F(E) = \frac{\Gamma/\pi\Delta_0}{(E/\Delta_0)^2+(\Gamma/\Delta_0)^2}. \tag{3.78}$$

ここで $F(E)$ はローレンツ関数である. これが本研究の主要な結果である.

式 (3.76) は次の 3 つの項に分けることができる:

$$\delta\alpha_{\rm G} = \delta\alpha_{\rm G,1} + \delta\alpha_{\rm G,2} + \delta\alpha_{\rm G,3}, \tag{3.79}$$

$$\delta\alpha_{\rm G,1} = \delta\alpha_{\rm G}(\nu=\nu') = \alpha_{\rm G,0}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{1-(\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})^2}{2}F(\hbar\Omega), \tag{3.80}$$

$$\delta\alpha_{\rm G,2} = \delta\alpha_{G}(\nu=-,\nu'=+) = \alpha_{\rm G,0}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{(1+\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})^2}{4}F(\hbar\Omega - 2h_{\rm eff}(\varphi)), \tag{3.81}$$

$$\delta\alpha_{\rm G,3} = \delta\alpha_{\rm G}(\nu=+,\nu'=-) = \alpha_{\rm G,0}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{(1-\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})^2}{4}F(\hbar\Omega + 2h_{\rm eff}(\varphi)). \tag{3.82}$$

3 つの項はそれぞれ異なる物理プロセスを表す. $\delta\alpha_{\rm G,1}$ は共鳴振動数 Ω がゼロの時に最大となる. また, フェルミ面上の電子が感じる有効磁場 $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)$ と強磁性絶縁体中のスピン $\hat{\boldsymbol{m}}$ が直交する時に $\delta\alpha_{\rm G,1}$ は最大値をとる. したがって, $\delta\alpha_{\rm G,1}$ は二次元電子系が強磁性絶縁体から界面の交換相互作用を通じて感じる横磁場によってスピンフリップを起こす過程に対応している. $\delta\alpha_{\rm G,2}$ は, 共鳴時のマイクロ波のエネルギー $\hbar\Omega$ が, スピン軌道相互作用によるフェルミ面でのスピン分裂の大きさ $2h_{\rm eff}(\varphi)$ と等しくなった時にピークを持つ. また, $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)$ と $\hat{\boldsymbol{m}}$ が同じ方向を向く時に $\delta\alpha_{\rm G,2}$ は最大値をとる. 従って, $\delta\alpha_{\rm G,2}$ はフェルミ面近傍の電子がマグノンを吸収してスピンフリップする効果を表している. つまり, $\delta\alpha_{\rm G,2}$ はマグノン吸収の効果を記述する. $\delta\alpha_{\rm G,3}$ は, 共鳴時のマイクロ波のエネルギー $\hbar\Omega$ が $-2h_{\rm eff}(\varphi)$ の時にピークを持つ. また, $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)$ と $\hat{\boldsymbol{m}}$ が同じ方向を向く時に $\delta\alpha_{\rm G,3}$ は最大値をとる. これらより, $\delta\alpha_{\rm G,3}$ はフェルミ面上の電子がマグノンを放出してフリップする効果を表している. 強磁性共鳴の実験では, $\Omega > 0$ の領域で実験を行うため, $\delta\alpha_{\rm G,3}$ の寄与は小さい.

次の章で, ギルバート減衰の振動数・磁化方位依存性を具体的に詳しく議論する.

第 4 章

計算結果

本章ではギルバート減衰の増大について，共鳴振動数および磁化方位依存性を具体的に議論する．また実験との対応関係についても議論する．

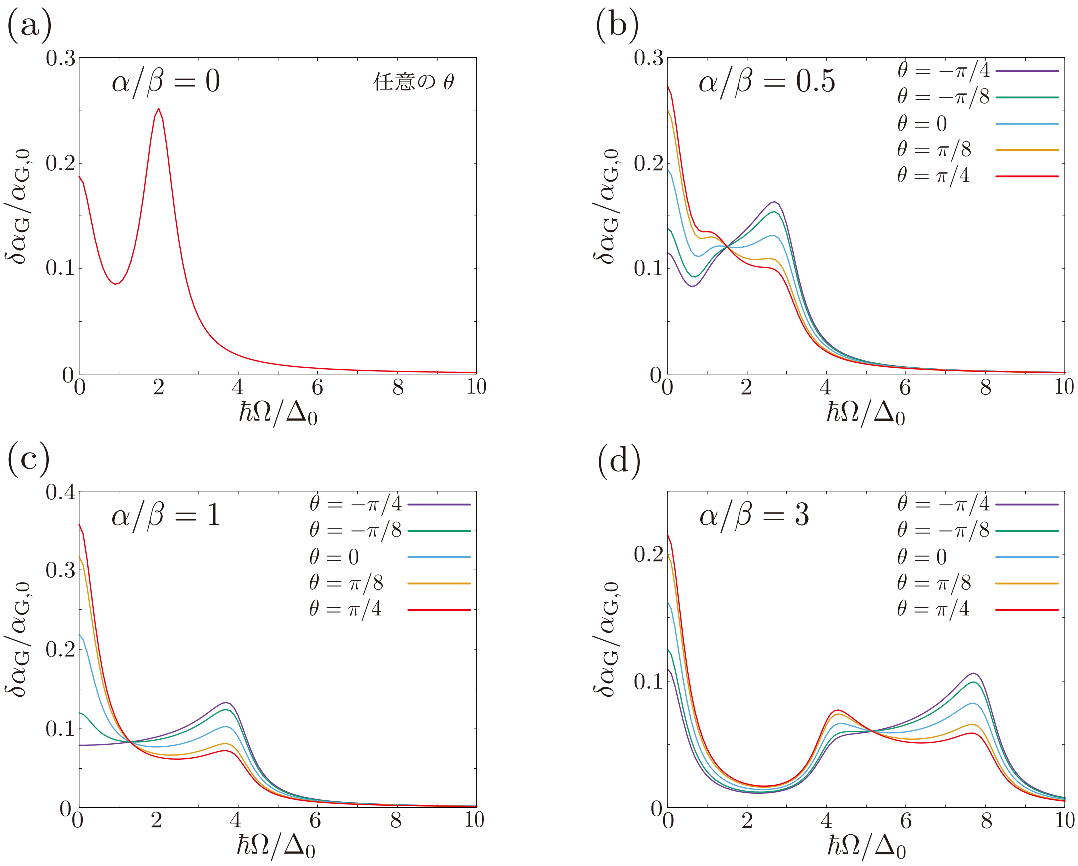

図 4.1　二次元電子ガスとの接合の効果によるギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_G$. 横軸の Ω は強磁性共鳴の共鳴周波数である．また，θ は強磁性絶縁体中の局在スピンが向く角度である．Rashba スピン軌道相互作用 α と Dresselhaus スピン軌道相互作用 β の比はそれぞれ (a) $\alpha/\beta = 0$, (b) $\alpha/\beta = 0.5$, (c) $\alpha/\beta = 1$, (d) $\alpha/\beta = 3$ である．(c), (d) は文献 [23] より引用．

4.1　周波数依存性と磁化方位依存性

図 4.1 に $\delta\alpha_{\mathrm{G}}/\alpha_{\mathrm{G},0}$ を無次元化した共鳴振動数 $\hbar\Omega/\Delta_0$ の関数として示す．図 4.1 (a), (b), (c), (d) はそれぞれ $\alpha/\beta = 0, 0.5, 1, 3$ の時のグラフである．また, 全てのグラフにおいて不純物強度は $\Gamma/\Delta_0 = 0.5$ にしている．

図 4.1 (a) に示すように, $\alpha/\beta = 0$ の時はギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ は強磁性絶縁体中の局在スピンの角度 θ に依存しない．これは有効磁場によるフェルミ面でのスピン分裂の大きさが電子の波数の方位に依存しないことを反映している．α/β の値がゼロでない時の図 4.1 (b), (c), (d) では全て強磁性絶縁体中のスピンの角度 θ に依存している．マイクロ波の周波数がゼロ付近では, $\theta = \pi/4(\theta = -\pi/4)$ の時に $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ が最大値 (最小値) をとる. このことは, 低周波数側では横磁場の効果 $\delta\alpha_{\mathrm{G},1}$ が支配的であることを示唆する．また高周波数側では, 図 4.1 (b) では $\hbar\Omega/\Delta_0$ が 3 付近で, 図 4.1 (c) では $\hbar\Omega/\Delta_0$ が 4 付近で, 図 4.1 (d) は $\hbar\Omega/\Delta_0$ が 8 付近でピークを持つ. いずれの場合も $\theta = -\pi/4(\theta = \pi/4)$ の時に $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ が最大値 (最小値) をとる．このことは, 高周波数側ではマグノン吸収の効果 $\delta\alpha_{\mathrm{G},2}$ が支配的であることを示唆する．

フェルミ面での有効磁場によるスピン分裂の大きさを E_{gap} とすると, 式 (3.32), (3.33) より

$$E_{\mathrm{gap}} = 2h_{\mathrm{eff}}(\varphi) \simeq 2k_{\mathrm{F}}\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\sin 2\varphi} \tag{3.33}$$

となる. 従って, エネルギーギャップの範囲はそれぞれ以下のように与えられる:

$$\begin{cases} E_{\mathrm{gap}} = 2\Delta_0 & \alpha/\beta = 0 \text{ の時,} \\ \Delta_0 \le E_{\mathrm{gap}} \le 3\Delta_0 & \alpha/\beta = 0.5 \text{ の時,} \\ 0 \le E_{\mathrm{gap}} \le 4\Delta_0 & \alpha/\beta = 1 \text{ の時,} \\ 4\Delta_0 \le E_{\mathrm{gap}} \le 8\Delta_0 & \alpha/\beta = 3 \text{ の時.} \end{cases} \tag{4.1}$$

図 4.1 からわかるように, マイクロ波のエネルギー $\hbar\Omega$ が E_{gap} の取り得る範囲にあるとき, $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ が大きな値を持つ.

Rashba スピン軌道相互作用の大きさ α が負になる場合については, $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ を α, θ, Ω の関数としてみたとき, 以下の対称性が成り立つことを証明できる:

$$\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\alpha, \theta, \Omega) = \delta\alpha_{\mathrm{G}}(-\alpha, \theta - \pi/2, \Omega). \tag{4.2}$$

証明は付録 H で詳しく述べる．これにより, α が負になった場合は, 磁化方位を $\pi/2$ ずらした結果となる.

図 4.2 に $\alpha/\beta = 0, 0.5, 1, 3$ のときの $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ を, 無次元化した共鳴周波数 $\hbar\Omega/\Delta_0$ と磁化方位 θ の関数として示す．図 4.2 では磁化方位を縦軸にとっており, 図 4.1 で現れた低周波数側と高周波数側のピークの磁化方位依存性を明確にしている．図 4.2 から, $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ を θ, Ω の関数としてみたときに,

$$\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\theta, \Omega) = \delta\alpha_{\mathrm{G}}(\theta + \pi, \Omega) = \delta\alpha_{\mathrm{G}}(\pi/2 - \theta, \Omega) \tag{4.3}$$

の関係が成り立っていることがわかる．この関係式の詳しい証明は付録 H で述べる.

4.2　不純物強度への依存性

図 4.1 と同様に図 4.3 に $\delta\alpha_{\mathrm{G}}/\alpha_{\mathrm{G},0}$ を無次元化した共鳴振動数 $\hbar\Omega/\Delta_0$ の関数として示す．ただし, 図 4.3 (a), (b), (c), (d) は全て $\alpha/\beta = 1$ に固定している. また, 図 4.3 (a), (b) はそれぞれ $\theta = -\pi/4$, $\theta = \pi/4$ における, 不純物強度が $\Gamma/\Delta_0 = 0.1, 0.2, 0.5, 1.0$ の時のグラフである.

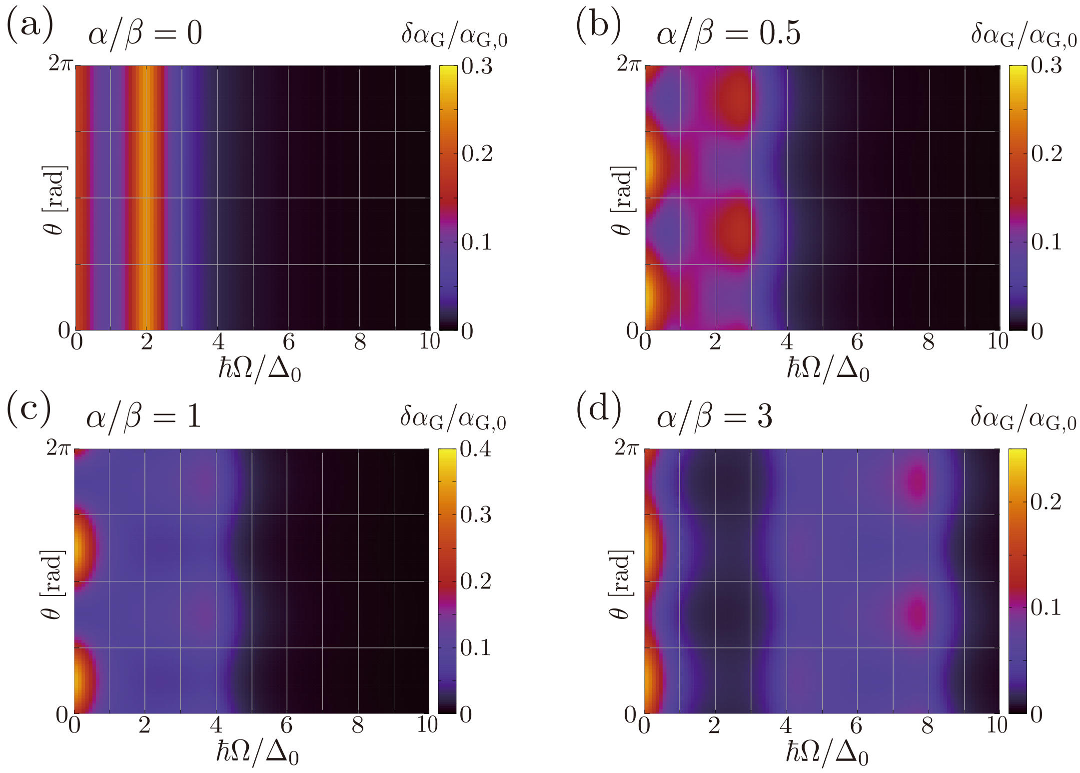

図 4.2　二次元電子ガスとの接合の効果によるギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\rm G}$ の Contour グラフ．横軸の Ω は強磁性共鳴の共鳴周波数であり，縦軸は強磁性絶縁体中の局在スピンの角度 θ である．(a), (c), (d) は文献 [23] より引用．

以下に，ギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\rm G}$ の数式を再掲する:

$$\delta\alpha_{\rm G} = \delta\alpha_{\rm G,1} + \delta\alpha_{\rm G,2} + \delta\alpha_{\rm G,3}, \tag{3.79}$$

$$\delta\alpha_{\rm G,1} = \delta\alpha_{\rm G}(\nu = \nu') = \alpha_{\rm G,0}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{1-(\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})^2}{2}F(\hbar\Omega), \tag{3.80}$$

$$\delta\alpha_{\rm G,2} = \delta\alpha_{G}(\nu = -, \nu' = +) = \alpha_{\rm G,0}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{(1+\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})^2}{4}F(\hbar\Omega - 2h_{\rm eff}(\varphi)), \tag{3.81}$$

$$\delta\alpha_{\rm G,3} = \delta\alpha_{G}(\nu = +, \nu' = -) = \alpha_{\rm G,0}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{(1-\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})^2}{4}F(\hbar\Omega + 2h_{\rm eff}(\varphi)). \tag{3.82}$$

ここで，$F(E) = \frac{\Gamma/\pi\Delta_0}{(E/\Delta_0)^2+(\Gamma/\Delta_0)^2}$ はローレンツ関数である．

図 4.3 (a), (b) に示すように，不純物強度 Γ/Δ_0 が小さいときは，ギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\rm G}$ の高周波数側のピークがより鋭くなる．これは高周波数側で支配的な寄与である $\delta\alpha_{\rm G,2}$(式 (3.81)) がローレンツ関数 $F(E)$ を用いて書かれており，不純物強度が小さくなるにつれてローレンツ関数のピークが急峻になることを反映している．同様の理由で，図 4.3 (b) の低周波数側のピークも急激に増大する．しかし，図 4.3 (a) の低周波数側の $\delta\alpha_{\rm G}$ は不純物強度に依らず小さい値である．これは $\alpha/\beta = 1$ かつ $\theta = -\pi/4$ の時は，全ての電子の波数角度 φ において $\hat{\boldsymbol{h}}_{\rm eff}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}} = 1$ であるため，低周波数側で支配的であるはずの横磁場の効果 $\delta\alpha_{\rm G,1}$(式 (3.80)) が低周波数側でゼロになるからである．

図 4.3 (c), (d) はそれぞれ $\Gamma/\Delta_0 = 0.1, 1.0$ において，$\theta = -\pi/4$ の時の $\delta\alpha_{\rm G}$ と $\theta = \pi/4$ の時の $\delta\alpha_{\rm G}$ の 2 倍のグラフを重ねて描いた図である．不純物強度が小さい場合 (図 4.3 (c)) は，高周波数側のピーク付近において，$\delta\alpha_{\rm G}(\theta = -\pi/4)$ 値が $\delta\alpha_{\rm G}(\theta = \pi/4)$ の値のちょうど 2 倍になっている．これは以下のよ

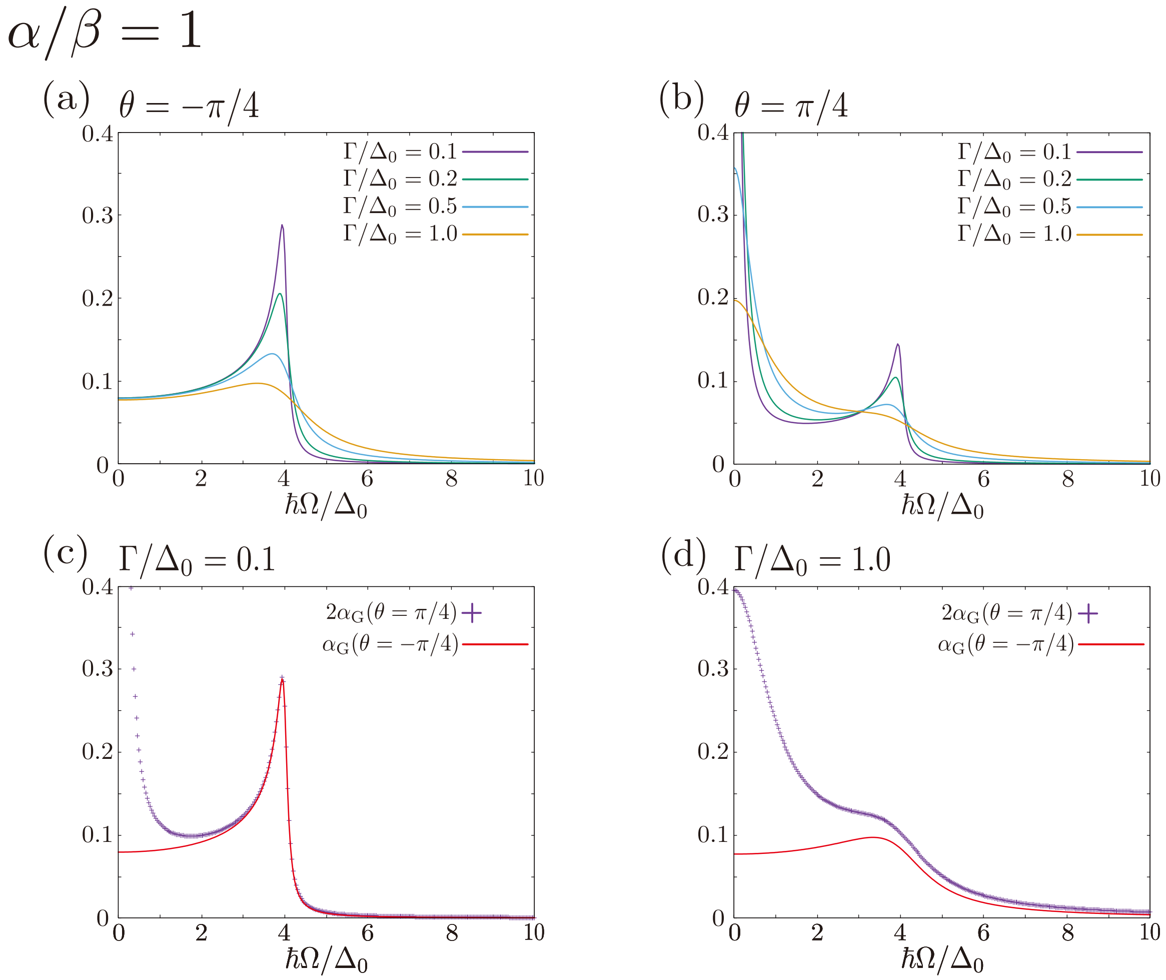

図 4.3　$\alpha/\beta = 1$ と固定して，強磁性共鳴の共鳴周波数 Ω の関数として描いたギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$．(a) 様々な不純物強度 Γ/Δ_0 における $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$．強磁性絶縁体中の磁化の角度は $\theta = -\pi/4$ で固定している．(b) $\theta = \pi/4$ に固定した時の $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$．(a) と同様に不純物強度を変化させている．(c) $\Gamma/\Delta_0 = 0.1$ におけるギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$．赤線は $\theta = -\pi/4$ の時の $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ であり，プロット点は $\theta = \pi/4$ の時の $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ の大きさを 2 倍したグラフである．(d) $\Gamma/\Delta_0 = 1.0$ におけるギルバート減衰の増大 $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$．赤線は $\theta = -\pi/4$ の時の $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ であり，プロット点は $\theta = \pi/4$ の時の $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ の大きさを 2 倍したグラフである．

うに説明できる．$\alpha/\beta = 1$ かつ $\theta = -\pi/4$ のときは，任意の方位 φ で $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{m}} = 1$ となっているのに対し，$\theta = \pi/4$ では任意の方位 φ で $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{m}} = 0$ となっている．高周波数側で支配的である $\delta\alpha_{\mathrm{G},2}$(式 (3.81)) の中で電子の方位に依存する因子は，

$$a(\theta) = \frac{1 + (\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{m}})^2}{4} \tag{4.4}$$

である ($\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{m}}$ の一次の項は φ 積分によりゼロになることに注意)．この因子は $a(-\pi/4) = 2a(\pi/4)$ を満たすため，図 4.3 (c) のような振る舞いが得られる．一方，不純物強度が大きい図 4.3 (d) では，図 4.3 (c) で見られた関係式 ($\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\theta = -\pi/4) = 2\delta\alpha_{\mathrm{G}}(\theta = \pi/4)$) が成り立たなくなる．これは不純物強度が大きい時は $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ のピークの幅が大きくなり，低周波数側で支配的な $\delta\alpha_{\mathrm{G},1}$ のピークの裾の部分が高周波数側のピークに影響を及ぼしているからである．

4.3　実験との関係

伝導電子のスピンあたりの状態数を N とすると,

$$N = \sum_{\boldsymbol{k} \le k_{\mathrm{F}}} 1 = \frac{\mathcal{A}}{(2\pi)^2} \int_{\boldsymbol{k} \le k_{\mathrm{F}}} d\boldsymbol{k}\ 1 = \frac{\mathcal{A}}{4\pi^2} \pi k_{\mathrm{F}}^2 \tag{4.5}$$

となる. そして, 単位面積のスピンあたりの電子密度を $n' \equiv \quad N/\mathcal{A}$ とすると

$$k_{\mathrm{F}} = 2\sqrt{\pi n'} \tag{4.6}$$

とかける. よって, 電子密度 $n = 2n'$ に対しては

$$k_{\mathrm{F}} = \sqrt{2\pi n} \tag{4.7}$$

となる.

4.3.1　AlGaAs/GaAs の半導体ヘテロ構造

AlGaAs/GaAs の半導体ヘテロ構造において, Dresselhaus スピン軌道相互作用に起因するスピン分裂したフェルミ面のエネルギーギャップを計算する. 電子密度 n と Dresselhaus スピン軌道相互作用の大きさ β は

$$n = 5.2 \times 10^{15}\ \mathrm{m}^{-2},\ \ \beta = 4\ \mathrm{meV\AA} \tag{4.8}$$

である [38] . ただし n はゲート電圧がゼロのときの値を用いた. 式 (4.7) より

$$k_{\mathrm{F}} = \sqrt{2\pi n} = 1.81 \times 10^{8}\ \mathrm{m}^{-1} \tag{4.9}$$

である. したがってエネルギーギャップ Δ は以下のように計算される:

$$\Delta = 2k_{\mathrm{F}}\beta = 0.145\ \mathrm{meV}. \tag{4.10}$$

なお, Rashba スピン軌道相互作用の大きさは $\alpha = 5$ meVÅ であり [38], Dresselhaus スピン軌道相互作用と同程度の大きさである.

以下で図 4.2 (a), (b), (c), (d) それぞれの 2 番目のピークの観測に必要な磁場を求める. エネルギー換算表 [39] によると 1 eV は 1.72760×10^4 T(テスラ) に換算される. つまり, 1 meV は約 17.28 T に相当する. したがって,

$$\Delta_0 \equiv \frac{\Delta}{2} = k_{\mathrm{F}}\beta \simeq 0.0725\ \mathrm{meV} \tag{4.11}$$

を磁場に換算すると

$$0.103\ \mathrm{meV} \times 17.28\ \mathrm{T/meV} \simeq 1.25\ \mathrm{T} \tag{4.12}$$

に相当する. したがって図 4.2 (a), (b), (c), (d) の二つ目のピーク位置を観測するために必要な磁場は以下である:

$$\text{(a)} : 2 \times 1.25\ \mathrm{T} \simeq 2.5\ \mathrm{T}, \tag{4.13}$$

$$\text{(b)} : 3 \times 1.25\ \mathrm{T} \simeq 3.75\ \mathrm{T}, \tag{4.14}$$

$$\text{(c)} : 4 \times 1.25\ \mathrm{T} \simeq 5.0\ \mathrm{T}, \tag{4.15}$$

$$\text{(d)} : 8 \times 1.25\ \mathrm{T} \simeq 10.0\ \mathrm{T}. \tag{4.16}$$

4.3.2 InGaAs/GaAs の半導体ヘテロ構造

InGaAs/GaAs の半導体ヘテロ構造において, Rashba スピン軌道相互作用に起因するスピン分裂したフェルミ面のエネルギーギャップを計算する. 電子密度 n と Rashba スピン軌道相互作用の大きさ α は

$$n = 1 \times 10^{12}\ \mathrm{cm}^{-2}, \quad \alpha = 4 \times 10^{-11}\ \mathrm{eVm} \tag{4.17}$$

である [40]. 式 (4.7) より

$$k_{\mathrm{F}} = \sqrt{2\pi n} = 2.51 \times 10^{6}\ \mathrm{cm}^{-1} \tag{4.18}$$

である. したがってエネルギーギャップ Δ は以下である：

$$\Delta = 2k_{\mathrm{F}}\alpha = 20.1\ \mathrm{meV}. \tag{4.19}$$

これは AlGaAs/GaAs ヘテロ構造を用いた時のエネルギーギャップの式 (4.10) より 100 倍以上大きい. よって, マグノン吸収によるピークを観測するために必要な磁場も 100 倍以上大きくなり, 数百 T の磁場が必要になる. ただし, 対称性の高い InGaAs/GaAs ヘテロ構造 [41] を用いることにより AlGaAs/GaAs ヘテロ構造を用いた時と同程度の大きさのエネルギーギャップを作ることが可能である.

第 5 章

まとめ

本論文では Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する二次元電子系へのスピンポンピングを考察し, 強磁性共鳴の吸収線幅の増大 (ギルバート減衰の増大) を評価した. グリーン関数法を用いて界面相互作用に対する二次摂動を計算し, マグノンの自己エネルギーを二次元電子系のスピン帯磁率によって記述し, ギルバート減衰の増大をマグノンの自己エネルギーの虚部を用いて定式化した. ギルバート減衰の増大には, (1) 横磁場によるスピンフリップ過程, (2) マグノン吸収過程, (3) マグノン放出過程, の 3 つの寄与があることを明らかにした. 横磁場の効果はマイクロ波が低周波数の領域で, マグノン吸収の効果は高周波数側で, それぞれ支配的になることがわかった. さらに, Rashba スピン軌道相互作用と Dresselhaus スピン軌道相互作用が共存する場合には, ギルバート減衰の増大の大きさが強磁性絶縁体の磁化 (局在スピンの期待値) の方位に依存して変化することを示した. 最後にこれらの現象が, 実際に半導体ヘテロ構造で可能かどうかを具体的な物質パラメータを用いて議論した. 本研究の結果は, 半導体ヘテロ構造に限らず, スピン分裂幅・スピン分極方向がフェルミ面の場所によって異なる系への一般的なスピンポンピングの特徴を定性的に記述していると期待される.

本研究では マグノンの自己エネルギーの虚部に着目したが, 実部は強磁性共鳴の吸収スペクトルのエネルギーシフトの情報を持っていると考えられる. また, 界面での乱れが小さいとして, 電子波数が保存する界面相互作用模型を用いたが, 実際の物質では波数が非保存の場合も多いと考えられる. 自己エネルギーの実部を計算することと, 界面相互作用模型を波数が非保存の場合に拡張することは今後の課題である. さらに, ヴァーテックス補正を考慮してマグノンの自己エネルギーを計算することも今後の課題である. 最後に本研究のアイディアを元にして, フェルミ面近傍で複雑なスピンテクスチャを持つ他の物質へのスピンポンピングについても, 理論を構築していくことは重要な課題である.

付録 A

スピン軌道相互作用

この付録ではまず, 原子のスピン軌道相互作用の古典的な説明をのべた後に, 相対論的補正を考慮した表式を書く [42].

電荷 Ze の原子核の周りを電荷 $-e$ の電子が半径 $\boldsymbol{r}$ の円軌道を描いて回っているとする. この時, 電子から見ると原子核が電子の周りを回っていると考えることができる. 原子核が電子がいる場所に作る磁場 $\boldsymbol{B}$ はビオ・サバールの法則を用いると以下のようにかける:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ze}{m}\frac{\hbar\boldsymbol{l}}{r^3}. \tag{A.1}$$

ここで, μ_0 は透磁率, m は電子の質量, $\hbar$ はプランク定数 h を 2π で割った定数, $\hbar\boldsymbol{l}$ は電子の軌道角運動量である. また, 電子の運動量を $\boldsymbol{p}$ として $\boldsymbol{l} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$ である. そして, μ_B をボーア磁子として電子のスピンは $\boldsymbol{\mu} = -2\mu_B\boldsymbol{s}$ の磁気モーメントを持っている ($\boldsymbol{s}$ は電子のスピン角運動量). つまり, 電子は以下のゼーマンエネルギーを持っている:

$$-\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ze^2}{m^2}\frac{\hbar}{r^3}(\hbar\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}). \tag{A.2}$$

相対論的補正を考慮すると, 式 (A.2) は 1/2 倍されることが知られている. それを考慮すると, スピン軌道相互作用 H_{SOI} は以下のようにかける:

$$H_{\mathrm{SOI}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ze^2}{2m^2}\frac{\hbar}{r^3}(\hbar\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}). \tag{A.3}$$

一方で, 誘電率を ϵ_0 として電子が感じる電場は

$$\boldsymbol{E} \equiv -\nabla V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze}{r^3}\boldsymbol{r} \tag{A.4}$$

なので, 光速 $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ を用いると式 (A.3) は

$$H_{\mathrm{SOI}} = \frac{-e\hbar}{2m^2c^2}\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}) = \frac{\hbar}{4m^2c^2}\boldsymbol{\sigma}\cdot(\boldsymbol{p}\times\nabla V) \tag{A.5}$$

と書き直せる. ここで $\boldsymbol{\sigma} = 2\boldsymbol{s}$ はパウリ行列である.

以上で原子のスピン軌道相互作用を述べたが, 半導体中でのスピン軌道相互作用も式 (A.5) と同様の形で書くことができ, A を定数として

$$H_{\mathrm{SOI}} = A\boldsymbol{\sigma}\cdot(\boldsymbol{p}\times\nabla V) \tag{A.6}$$

とかける. これは Rashba 型と Dresselhaus 型の二種類のスピン軌道相互作用を生み出す.

Rashba スピン軌道相互作用は界面の反転対称性の破れに起因しており, 二次元電子系界面に垂直に $\boldsymbol{E} = E_z \boldsymbol{e}_z$ の電場が存在する時, 式 (A.6) より以下の Rashba スピン軌道相互作用のハミルトニアンが得られる:

$$
\begin{aligned}
H_{\mathrm{R}} &= (\alpha/\hbar)(\boldsymbol{e}_z \times \boldsymbol{p}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \\
&= \alpha(k_x \sigma_y - k_y \sigma_x).
\end{aligned} \tag{A.7}
$$

式 (A.7) の第一項 (第二項) は x 方向 (y 方向) に移動する電子の y 方向 (x 方向) に有効的なゼーマン磁場が働いていると解釈することができる.

一方, Dresselhaus スピン軌道相互作用は, 結晶構造 (バルク) の反転対称性の破れを持つ物質に現れる. Dresselhaus はこのような物質には Γ 点周りにおいて以下のようなハミルトニアンが現れることを導いた:

$$
H_{\mathrm{D}'} = (\gamma/\hbar)((p_y^2 - p_z^2)p_x \sigma_x + \mathrm{c.p.}). \tag{A.8}
$$

ここで, c.p. は循環置換である. 式 (A.8) は三次元系での式であるが, 以下で二次元の表式を導く. 界面を x-y 平面とすると, 式 (A.8) の z 方向について波動関数の平均値に置き換えることで二次元での Dresselhaus スピン軌道相互作用が得られる:

$$
\begin{aligned}
H_{\mathrm{D}} &= (\gamma/\hbar)[(p_y^2 - \langle p_z^2 \rangle)p_x \sigma_x + (\langle p_z^2 \rangle - p_x^2)p_y \sigma_y] \\
&= (\beta/\hbar)(p_x \sigma_x - p_y \sigma_y) + \mathcal{O}(p^3) \\
&\simeq \beta(k_x \sigma_x - k_y \sigma_y).
\end{aligned} \tag{A.9}
$$

付録 B

半導体スピントロニクス

半導体ヘテロ構造上の二次元電子系での Rashba スピン軌道相互作用の大きさは外部からのゲート電圧により制御できる (図 B.1)[43]. 半導体ヘテロ構造を用いて作製されるデバイスの一つにスピントランジスタがある [44]. これは二つの強磁性体に二次元電子系を持つ半導体が挟まれた構造のトランジスタであり, Rashba スピン軌道相互作用の大きさをゲート電圧を用いて制御している.

また, 半導体ヘテロ構造上の二次元電子系は, Rashba スピン軌道相互作用だけでなく Dresselhaus スピン軌道相互作用も有する場合があり, この二種類のスピン軌道相互作用が共存する時に現れる物理現象について以下の 2 小節で述べる.

Persistent Spin Helix 状態

Rashba 型と Dresselhaus 型のスピン軌道相互作用が同じ大きさで共存する場合は電子は一軸方向の有効磁場を感じ, Persistent Spin Helix (PSH) 状態が実現する. 二次元電子系にこの有効磁場の方位と異なるスピンが注入されたとき, 電子が伝導している間にスピンが歳差運動を起こす. 図 B.2[45] にその様子を示す. スピンの向き (赤色の矢印) はある方向 x_+ に進んだ距離のみに依存するので, x_+ には電子の歳

図 B.1 外部ゲート電圧の Rashba スピン軌道相互作用の制御. 横軸は外部から印加するゲート電圧, 左の縦軸はギルバート減衰の大きさである. 文献 [43] より引用.

図 B.2 Persistent Spin Helix (PSH) 状態の模式図. 二つの電子の軌道を x_+, x_- 軸を用いて描いている. 赤色の矢印は電子のスピンを表す. 文献 [45] より引用.

図 B.3　Transient spin-grating spectroscopy (TSG) の模式図. 左図では偏極の向きが異なるコヒーレントな光線を外部からサンプルに照射する様子を描いており, 右図はサンプルにスピン密度の濃淡が現れることを表している. 文献 [46] より引用.

図 B.4　PSH 状態とスピン緩和時間. 横軸は波数 $q = 2\pi/\Lambda$ である (Λ は図 B.3 に示すスピン密度波の波長). Rashba 型と Dresselhaus 型のスピン軌道相互作用の大きさをそれぞれ α と β で表すとすると, τ_{E} は $\alpha = \beta$ のときのスピン緩和時間, τ_{R} は $\alpha \neq \beta$ のときのスピン緩和時間である. 文献 [47] より引用.

図 B.5　AC 効果の実験の素子の模式図. InAlAs/InGaAs を基盤とした二次元電子ガスのリングが並ぶ. 文献 [48] より引用.

差運動が位相をそろえて生じ, 空間的にスピンが一定の周期で回転するような状態が生じる. これを PSH 状態と呼ぶ. PSH 状態を調べるための有用な実験として Transient spin-grating spectroscopy (TSG) がある [47]. TSG とは図 B.3[46] に示すように, 異なる角度に偏極したコヒーレントな二つの光線を外部から GaAs などの物質に照射することで, その物質に空間的なスピン密度変調を生じさせる実験である. 図 B.3 のように spin-grating の幅を Λ とすると, その波数の大きさ q は $2\pi/\Lambda$ で与えられる. 図 B.4 は, 観測されたスピンの緩和時間を波数 q の関数として描いたものである. 通常はスピン軌道相互作用があれば, スピンの歳差運動は減衰するため, 図 B.4 の青線のようにスピンの緩和時間 τ_{R} は短いが, PSH 状態が実現する場合は, 図 B.4 の赤線のように特定の波数でスピン緩和時間 τ_{E} が急激に増大する. つまり PSH 状態特有の空間的スピン構造が実現していることが, この実験から強く示唆される.

Aharonov-Casher 効果

スピンは磁気モーメントを持つため, 磁場と相互作用するが, スピンはスピン軌道相互作用により電場とも相互作用する. Aharonov-Casher (AC) 効果 [50] とは電子のスピンと電場の相互作用により, 電子の波動関数の位相がスピンに依存して変化する現象である. スピン軌道相互作用がある二次元電子系では

図 B.6　AC 抵抗の振動．横軸は外部から印加する DC 磁場であり, 縦軸は AC 抵抗である．(a) は実験の生データであり, (b) は振動周期を見やすくするために (a) を補正した図である．文献 [48] より引用.

図 B.7　AC 抵抗の異方性．横軸は Rashba スピン軌道相互作用の大きさであり, 縦軸は面内の磁場の向きが $\varphi = \pi/4$ と $\varphi = 3\pi/4$ の時の AC 抵抗の差をとったものである．また面内の磁場の大きさを変化させて, 赤と緑と青の三つのグラフを描いている．文献 [49] より引用.

AC 効果が観測されている．図 B.5 および図 B.6 に InAlAs/InGaAs を基盤とした二次元電子ガスの微小リング構造での実験例を示す [48]．図 B.5 は実験で用いられた素子を示す．この素子に磁場を垂直に加えると, 図 B.6 に示すようにリングの抵抗が磁場の関数として振動する. この振動抵抗は AC 効果による効果であり, AC 抵抗と呼ばれる. 図 B.6 (a) は実験の生データであり, 図 B.6 (b) は振動抵抗の周期が見やすくなるように補正したものである．この抵抗はリングを貫く磁束 $2h/e$ を周期として振動しており, h/e を周期として振動する Aharonov-Bohm (AB) 効果とは振動周期が異なっている.

AC 効果の実験では, Rashba スピン軌道相互作用だけでなく, Dresselhaus スピン軌道相互作用も重要となることが知られている．図 B.7 に AC 抵抗の異方性を Rashba スピン軌道相互作用の大きさの関数として描いている [49]．図に示すように Rashba スピン軌道の大きさ α が $-2.4 \times 10^{-12}\,\mathrm{eV \cdot m}$ と $-1.5 \times 10^{-12}\,\mathrm{eV \cdot m}$ 付近で, AC 効果による磁気抵抗の振動の符号がマイナスからプラスに符号反転する. 前者の符号反転は Rashba スピン軌道相互作用の効果として理解できるが, 後者の符号反転は Rashba スピン軌道相互作用のみでは説明できず, Dresselhaus スピン軌道相互作用を考慮することで説明できる.

付録 C

グリーン関数の時間並進対称性とフーリエ変換

この付録ではまず, (2.8):

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1) c^{+}_{\boldsymbol{k}\sigma'}(\tau_2)\rangle \tag{C.1}$$

$$= -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle,\ (-\hbar\beta < \tau \equiv \tau_1 - \tau_2 < \hbar\beta) \tag{2.8}$$

のように電子の温度グリーン関数が時間並進に対して対称であることを示す. 式 (C.1) は $\tau_1 > \tau_2$ の時は以下のように変形できる:

$$\begin{aligned}
g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) &= -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1) c^{+}_{\boldsymbol{k}\sigma'}(\tau_2)\rangle \\
&= -\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1) c^{+}_{\boldsymbol{k}\sigma'}(\tau_2)\Big] \\
&= -\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} e^{(H_0-\mu N)\tau_1/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)\tau_1/\hbar} e^{(H_0-\mu N)\tau_2/\hbar} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'} e^{-(H_0-\mu N)\tau_2/\hbar}\Big] \\
&= -\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} e^{(H_0-\mu N)(\tau_1-\tau_2)/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)(\tau_1-\tau_2)/\hbar} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big] \\
&= -\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1-\tau_2) c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big] \\
&= -\frac{1}{\hbar}\langle c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1-\tau_2) c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle.
\end{aligned} \tag{C.2}$$

下から三番目の等号ではトレースの巡回性を用いた.$\tau_2 > \tau_1$ の時もトレースの巡回性を用いると以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}
g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) &= +\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c^{+}_{\boldsymbol{k}\sigma'}(\tau_2) c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1)\rangle \\
&= +\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c^{+}_{\boldsymbol{k}\sigma'}(\tau_2) c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1)\Big] \\
&= +\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} e^{(H_0-\mu N)\tau_2/\hbar} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'} e^{-(H_0-\mu N)\tau_2/\hbar} e^{(H_0-\mu N)\tau_1/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)\tau_1/\hbar}\Big] \\
&= +\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'} e^{(H_0-\mu N)(\tau_1-\tau_2)/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)(\tau_1-\tau_2)/\hbar}\Big] \\
&= +\frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1-\tau_2)\Big] \\
&= +\frac{1}{\hbar}\langle c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau_1-\tau_2)\rangle.
\end{aligned} \tag{C.3}$$

式 (2.8) は式 (C.2) と式 (C.3) を虚時間についての時間順序積 T_τ を用いて書いた表式である. こうしてグリーン関数が時間並進対称性を持つことが示せた.

次に, フェルミオンのグリーン関数が式 (2.11) の周期性:

$$g_{\sigma\sigma'}(\tau) = -g_{\sigma\sigma'}(\tau + \hbar\beta) \tag{2.11}$$

を持つことを示す. そしてそれにより式 (2.14)-(2.13) のフーリエ変換:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_n e^{-i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n), \tag{2.14}$$

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta} d\tau e^{+i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) \tag{2.13}$$

が導入できることを示す. ただし $\omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{\hbar\beta}$ はフェルミオンの松原振動数である. $-\hbar\beta < \tau < 0$ として, 式 (2.8) をトレースの巡回性を用いて変形する:

$$\begin{aligned}
g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) &= -\frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle \qquad (2.8)\\
&= +\frac{1}{\hbar}\langle c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\rangle = \frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\Big]\\
&= \frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'} e^{(H_0-\mu N)\tau/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)\tau/\hbar}\Big]\\
&= \frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{(H_0-\mu N)\tau/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)\tau/\hbar} e^{-\beta(H_0-\mu N)} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big]\\
&= \frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} e^{(H_0-\mu N)(\tau+\hbar\beta)/\hbar} c_{\boldsymbol{k}\sigma} e^{-(H_0-\mu N)(\tau+\hbar\beta)/\hbar} c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big]\\
&= \frac{1}{\hbar}\cdot\frac{1}{\Xi}\,\mathrm{Tr}\Big[e^{-\beta(H_0-\mu N)} c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau+\hbar\beta)\cdot c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big]\\
&= \frac{1}{\hbar}\langle c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau+\hbar\beta) c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle = \frac{1}{\hbar}\langle T_\tau c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau+\hbar\beta) c^\dagger_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle\\
&= -g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau+\hbar\beta). \qquad (\mathrm{C.4})
\end{aligned}$$

ここで, $\tau + \hbar\beta > 0$ であることに注意. 式 (C.4) より, フェルミオンの温度グリーン関数は虚時間が $2\hbar\beta$ 増えると, グリーン関数の符号が元に戻ることがわかる. したがって, $g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau)$ を $-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta$ の関数と考えて, $\omega_l = \frac{2\pi l}{2\hbar\beta}$, ($l$ は整数) とすると, 以下のフーリエ変換を考えることができる:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_l e^{-i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_l), \tag{C.5}$$

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_l) = \frac{1}{2}\int_{-\hbar\beta}^{\hbar\beta} d\tau\ e^{+i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau). \tag{C.6}$$

さらに, 式 (C.6) は以下のように変形できる:

$$\begin{aligned}
g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_l) &= \frac{1}{2}\int_{-\hbar\beta}^{\hbar\beta} d\tau\ e^{+i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) \qquad (\mathrm{C.6})\\
&= \frac{1}{2}\left[\int_0^{\hbar\beta} d\tau\ e^{i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) + \int_{-\hbar\beta}^0 d\tau\ e^{i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau)\right]\\
&= \frac{1}{2}\left[\int_0^{\hbar\beta} d\tau\ e^{i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) + \int_0^{\hbar\beta} d\tau\ e^{i\omega_l(\tau-\hbar\beta)} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau-\hbar\beta)\right]\\
&= \frac{1}{2}\left[\int_0^{\hbar\beta} d\tau\ e^{i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) - e^{-i\omega_l\hbar\beta}\int_0^{\hbar\beta} d\tau\ e^{i\omega_l\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau)\right]. \qquad (\mathrm{C.7})
\end{aligned}$$

ただし, 下から二番目の等号では $\tau \to \tau + \hbar\beta$ と変数変換した. ここで, l を奇数とする (n を整数として $l \equiv 2n+1$) と,

$$-e^{-i\omega_l \hbar\beta} = -e^{-i(2n+1)\pi} = 1 \tag{C.8}$$

となる. つまり, $\omega_n = (2n+1)\pi/(\hbar\beta)$ に対して, 式 (C.5) と式 (C.7) は以下のように書ける:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, \tau) = \frac{1}{\hbar\beta}\sum_n e^{-i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n), \tag{2.14}$$

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta} d\tau e^{+i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}, \tau). \tag{2.13}$$

こうして式 (2.14) と式 (2.13) を導出できた.

付録 D

電子の運動方程式の導出

この付録では, 式 (3.37) で与えられる電子の生成消滅演算子に関する運動方程式を導く. まずは温度グリーン関数の定義式 (3.35) を, ステップ関数 $\theta(\tau)$ を用いて書き直す:

$$g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) = -\frac{1}{\hbar}\theta(\tau)\langle c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle + \frac{1}{\hbar}\theta(-\tau)\langle c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\rangle. \tag{D.1}$$

これを虚時間 τ で微分すると以下の式を得る:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\tau}g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau) &= -\frac{1}{\hbar}\delta(\tau)\langle c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\rangle - \frac{1}{\hbar}\theta(\tau)\Big\langle\Big(\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\Big)c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big\rangle \\ &\quad - \frac{1}{\hbar}\delta(-\tau)\langle c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\rangle + \frac{1}{\hbar}\theta(-\tau)\Big\langle c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big(\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\Big)\Big\rangle \\ &= -\frac{1}{\hbar}\delta(\tau)\langle\{c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau),c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\}\rangle + \Big\langle T_\tau\Big(\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\Big)c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big\rangle \\ &= -\frac{1}{\hbar}\delta(\tau)\delta_{\sigma,\sigma'} + \Big\langle T_\tau\Big(\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)\Big)c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}\sigma'}\Big\rangle.\end{aligned} \tag{D.2}$$

$\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)$ は以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) &= \frac{\partial}{\partial\tau}(e^{H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar}c_{\boldsymbol{k}\sigma}e^{-H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar}) = \frac{1}{\hbar}e^{H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar}[H_{\mathrm{kin}},c_{\boldsymbol{k}\sigma}]e^{-H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar} \\ &= \frac{1}{\hbar}\sum_{\boldsymbol{k}'\sigma'\sigma''}(\hat{h}_{\boldsymbol{k}'})_{\sigma'\sigma''}e^{H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar}[c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}'\sigma'}c_{\boldsymbol{k}'\sigma''},c_{\boldsymbol{k}\sigma}]e^{-H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar}.\end{aligned} \tag{D.3}$$

生成消滅演算子の反交換関係から,

$$\begin{aligned}[c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}'\sigma'}c_{\boldsymbol{k}'\sigma''},c_{\boldsymbol{k}\sigma}] &= c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}'\sigma'}\{c_{\boldsymbol{k}'\sigma''},c_{\boldsymbol{k}\sigma}\} - \{c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}'\sigma'},c_{\boldsymbol{k}\sigma}\}c_{\boldsymbol{k}'\sigma''} \\ &= -c_{\boldsymbol{k}'\sigma''}\delta_{\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}}\delta_{\sigma',\sigma}\end{aligned} \tag{D.4}$$

となるので, $\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau)$ は以下のように計算される:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}c_{\boldsymbol{k}\sigma}(\tau) = -\frac{1}{\hbar}\sum_{\sigma''}(\hat{h}_{\boldsymbol{k}})_{\sigma\sigma''}e^{H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar}c_{\boldsymbol{k}\sigma''}e^{-H_{\mathrm{kin}}\tau/\hbar} = -\frac{1}{\hbar}\sum_{\sigma''}(\hat{h}_{\boldsymbol{k}})_{\sigma\sigma''}c_{\boldsymbol{k}\sigma''}(\tau). \tag{D.5}$$

したがって, 式 (D.2) は以下のようにかける:

$$-\hbar\frac{\partial}{\partial\tau}(g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau)) = \delta(\tau)\delta_{\sigma\sigma'} + \sum_{\sigma''}(\hat{h}_{\boldsymbol{k}})_{\sigma\sigma''}g_{\sigma''\sigma'}(\boldsymbol{k},\tau). \tag{D.6}$$

これを行列によって書き直すと, 温度グリーン関数の運動方程式

$$\Big(-\hbar\hat{I}\frac{\partial}{\partial\tau} - \hat{h}_{\boldsymbol{k}}\Big)\hat{g}(\boldsymbol{k},\tau) = \delta(\tau)\hat{I} \tag{D.7}$$

が得られる.

付録 E

波数の和を積分に変更する公式の導出

この節では電子の波数についての和を積分に変更する公式:

$$\frac{1}{\mathcal{A}}\sum_{\boldsymbol{k}}(\cdots) \simeq D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi}(\cdots) \tag{3.48}$$

を導出する. ここで $\mathcal{A}$ は接合界面の面積である. 式 (3.48) の左辺は以下のように変形できる:

$$\frac{1}{\mathcal{A}}\sum_{\boldsymbol{k}}(\cdots) = \int \frac{d^2\boldsymbol{k}}{(2\pi)^2}(\cdots) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{\infty} dk\ k\int_0^{2\pi} d\varphi(\cdots). \tag{E.1}$$

以下で, フェルミ波数 k_{F} がエネルギーギャップなどの他のエネルギーよりも大きいとして, 線形近似:

$$\xi_{\boldsymbol{k}} = \hbar v_{\mathrm{F}}(|\boldsymbol{k}| - k_{\mathrm{F}}) \tag{E.2}$$

を用いる. ここで, v_{F} は電子のフェルミ速度である. 式 (E.1) の積分変数 k を $\xi \equiv \xi_{\boldsymbol{k}}$ に変更する.k の積分範囲は $k : 0 \to \infty$ であるので, ξ の積分範囲は $k_{\mathrm{F}} \to \infty$ として $\xi : -\infty \to \infty$ となる. また, 式 (E.1) の k を k_{F} で近似して積分の外に出すことにする. すると, 式 (E.1) は以下のように近似できる:

$$\frac{1}{\mathcal{A}}\sum_{\boldsymbol{k}}(\cdots) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{\infty} dk\ k\int_0^{2\pi} d\varphi(\cdots) \tag{E.1}$$

$$\simeq \frac{k_{\mathrm{F}}}{4\pi^2\hbar v_{\mathrm{F}}}\int_{-\infty}^{\infty} d\xi\int_0^{2\pi} d\varphi(\cdots). \tag{E.3}$$

この係数を状態密度 $D(\epsilon_{\mathrm{F}})$ で表すことを考える. まずフェルミエネルギー以下のスピンあたりの状態数を N とすると,

$$\begin{aligned} N &= \sum_{\boldsymbol{k}\le k_{\mathrm{F}}} 1 = \frac{\mathcal{A}}{(2\pi)^2}\int_{\boldsymbol{k}\le k_{\mathrm{F}}} d^2\boldsymbol{k} = \frac{\mathcal{A}}{(2\pi)^2}\int_0^{k_{\mathrm{F}}} dk\ k\int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\mathcal{A}}{(2\pi)^2}\cdot\frac{1}{2}[k^2]_0^{k_{\mathrm{F}}}\cdot 2\pi \\ &= \frac{\mathcal{A}}{4\pi}k_{\mathrm{F}}^2 = \frac{\mathcal{A}}{4\pi}\frac{\hbar^2 k_{\mathrm{F}}^2}{2m^*}\frac{2m^*}{\hbar^2} = \frac{\mathcal{A}}{2\pi}\frac{m^*}{\hbar^2}\epsilon_{\mathrm{F}} \end{aligned} \tag{E.4}$$

である. したがって, 単位面積あたり, スピンあたりの状態密度 $D(\epsilon_{\mathrm{F}})$ は以下のようになる:

$$D(\epsilon_{\mathrm{F}}) \equiv \frac{d}{d\epsilon_{\mathrm{F}}}\frac{N}{\mathcal{A}} = \frac{1}{2\pi}\frac{m^*}{\hbar^2}. \tag{E.5}$$

一方, フェルミ速度 v_{F} は以下である:

$$v_{\mathrm{F}} \equiv \frac{d(\epsilon_{\boldsymbol{k}}/\hbar)}{dk}\Big|_{k=k_{\mathrm{F}}} = \frac{d}{dk}\frac{\hbar k^2}{2m^*}\Big|_{k=k_{\mathrm{F}}} = \frac{\hbar k_{\mathrm{F}}}{m^*}. \tag{E.6}$$

フェルミ速度を用いると, 状態密度 $D(\epsilon_{\rm F})$ は以下のように書き直せる:

$$D(\epsilon_{\rm F}) = \frac{1}{2\pi}\frac{m^*}{\hbar^2} = \frac{1}{2\pi}\frac{k_{\rm F}}{\hbar v_{\rm F}}. \tag{E.7}$$

これより式 (E.3) は以下になる:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mathcal{A}}\sum_{\boldsymbol{k}}(\cdots) &\simeq \frac{k_{\rm F}}{4\pi^2\hbar v_{\rm F}}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}d\varphi(\cdots) &\text{(E.3)}\\ &= D(\epsilon_{\rm F})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(\cdots). &\text{(E.8)}\end{aligned}$$

こうして式 (3.48) を導出できた.

付録 F

式 (3.68) の導出

不純物を考慮した伝導電子の温度グリーン関数 (式 (3.56)):

$$\hat{g}(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \frac{\Big(i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\Big)\hat{I} - \boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}}{\Big(i\hbar\omega_n - E^+_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\Big)\Big(i\hbar\omega_n - E^-_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\Big)} \tag{3.56}$$

を以下のように書き直す:

$$\hat{g}(\boldsymbol{k}, i\omega_n) = \frac{A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'}}{D}, \tag{F.1}$$

$$A \equiv A(i\omega_m) = i\hbar\omega_n - \xi_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n), \tag{F.2}$$

$$D \equiv D(i\omega_m) = \Big(i\hbar\omega_n - E^+_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\Big)\Big(i\hbar\omega_n - E^-_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_n)\Big). \tag{F.3}$$

以下で B, C を求める. 式 (3.27) の座標変換より,

$$\hat{\sigma}_x = \cos\theta\hat{\sigma}_{x'} - \sin\theta\hat{\sigma}_{y'}, \tag{F.4}$$

$$\hat{\sigma}_y = \sin\theta\hat{\sigma}_{x'} + \cos\theta\hat{\sigma}_{y'} \tag{F.5}$$

である. したがって, 式 (3.56) の分子の $-\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ は以下のようにかける:

$$\begin{aligned} -\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} &= -h_x\hat{\sigma}_x - h_y\hat{\sigma}_y \\ &= -(h_x\cos\theta + h_y\sin\theta)\hat{\sigma}_{x'} - (-h_x\sin\theta + h_y\cos\theta)\hat{\sigma}_{y'}. \end{aligned} \tag{F.6}$$

したがって,

$$B = -(h_x\cos\theta + h_y\sin\theta) = -\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{m}}, \tag{3.65}$$

$$C = -(-h_x\sin\theta + h_y\cos\theta) \tag{F.7}$$

である. ここで, $\hat{\boldsymbol{m}} \equiv (\cos\theta, \sin\theta, 0)$ は強磁性絶縁体中の局在スピンが向く方向である. 式 (3.61) に式 (F.1) を代入すると, 以下の式を得る:

$$\Sigma(\mathbf{0}, i\omega_n) = \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{4\beta}\sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m}\frac{1}{DD'}\,\mathrm{Tr}\Big[(A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'})\hat{\sigma}^{x'+}(A'\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'})\hat{\sigma}^{x'-}\Big]. \tag{F.8}$$

ここで, $A' \equiv A(i\omega_m + i\omega_n)$, $D' \equiv D(i\omega_m + i\omega_n)$ とした. 式 (F.8) に現れるパウリ行列の演算は以下の公式:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \hat{I}, \tag{F.9}$$

$$[\hat{\sigma}_j, \hat{\sigma}_k] = 2i\epsilon_{jkl}\hat{\sigma}_l \tag{F.10}$$

を用いて計算できる (ただし, $j = x', y', z'$ であり, ϵ_{jkl} はレビチビタの記号である):

$$\hat{\sigma}^{x'+}\hat{I}\hat{\sigma}^{x'-} = (\hat{\sigma}_{y'} + i\hat{\sigma}_{z'})(\hat{\sigma}_{y'} - i\hat{\sigma}_{z'}) = 2(\hat{I} + \hat{\sigma}_{x'}) = 4\hat{P}_+, \tag{F.11}$$

$$\hat{\sigma}^{x'+}\hat{\sigma}_{x'}\hat{\sigma}^{x'-} = (-i\hat{\sigma}_{z'} - \hat{\sigma}_{y'})(\hat{\sigma}_{y'} - i\hat{\sigma}_{z'}) = -4\hat{P}_+, \tag{F.12}$$

$$\hat{\sigma}^{x'+}\hat{\sigma}_{y'}\hat{\sigma}^{x'-} = (\hat{I} + \hat{\sigma}_{x'})(\hat{\sigma}_{y'} - i\hat{\sigma}_{z'}) = 0. \tag{F.13}$$

ここで, $\hat{P}_+$ は以下の数式で表される射影演算子である:

$$\hat{P}_+|x'+\rangle = |x'+\rangle, \quad \hat{P}_+|x'-\rangle = 0. \tag{F.14}$$

また, 射影演算子であるので $\hat{P}_+^2 = \hat{P}_+$ である. これらより, 式 (F.8) は以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}
\Sigma(\mathbf{0}, i\omega_n) &= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{1}{DD'} \mathrm{Tr}\Big[(A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'})(A'\hat{P}_+ - B\hat{P}_+)\Big] \\
&= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{A' - B}{DD'} \mathrm{Tr}\Big[\hat{P}_+(A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'})\hat{P}_+\Big] \\
&= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{A' - B}{DD'} \langle x'+|(A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'})|x'+\rangle \\
&= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{(A' - B)(A + B)}{DD'} \\
&= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{A' - B}{DD'} \langle x'+|(A\hat{I} + B\hat{\sigma}_{x'} + C\hat{\sigma}_{y'})|x'+\rangle \\
&= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{(A' - B)(A + B)}{DD'}.
\end{aligned} \tag{3.68}$$

付録 G

式 (3.69) の導出

この付録ではマグノンの自己エネルギー (式 (3.68)):

$$\Sigma(\mathbf{0}, i\omega_n) = \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{\beta} \sum_{\boldsymbol{k}, i\omega_m} \frac{(A' - B)(A + B)}{DD'} \tag{3.68}$$

を解析接続によって計算し, 式 (3.69) を導出する.

A/D と $1/D$ は以下のように部分分数分解できる:

$$\begin{aligned}
\frac{A}{D} &= \frac{i\hbar\omega_m - \xi + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m)}{(i\hbar\omega_m - \xi - h_{\mathrm{eff}}(\varphi) + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m))(i\hbar\omega_m - \xi + h_{\mathrm{eff}}(\varphi) + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m))} \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\nu=\pm} \frac{1}{i\hbar\omega_m - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m)},
\end{aligned} \tag{G.1}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{D} &= \frac{1}{(i\hbar\omega_m - \xi - h_{\mathrm{eff}}(\varphi) + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m))(i\hbar\omega_m - \xi + h_{\mathrm{eff}}(\varphi) + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m))} \\
&= \frac{1}{2h_{\mathrm{eff}}} \sum_{\nu=\pm} \frac{\nu}{i\hbar\omega_m - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\mathrm{sgn}(\omega_m)}.
\end{aligned} \tag{G.2}$$

これらを式 (3.68) に代入すると, 以下の式を得る:

$$\begin{aligned}
\Sigma(\mathbf{0}, i\omega_n) &= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{4} \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\nu=\pm} \sum_{\nu'=\pm} (1 - \nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{m}})(1 + \nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{m}}) \\
&\quad \times \frac{1}{\beta} \sum_{i\omega_m} \frac{1}{i\hbar\omega_m - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\,\mathrm{sgn}(\omega_m)} \frac{1}{i\hbar\omega_m + i\hbar\omega_n - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\,\mathrm{sgn}(\omega_m + \omega_n)} \\
&= \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{4} \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\nu=\pm} \sum_{\nu'=\pm} (1 - \nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{m}})(1 + \nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{m}}) \cdot I_{\nu\nu'},
\end{aligned} \tag{G.3}$$

$$I_{\nu\nu'} \equiv \frac{1}{\beta} \sum_{i\omega_m} \frac{1}{i\hbar\omega_m - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\,\mathrm{sgn}(\omega_m)} \frac{1}{i\hbar\omega_m + i\hbar\omega_n - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\,\mathrm{sgn}(\omega_m + \omega_n)}. \tag{G.4}$$

ここで, $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}} \equiv \boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}/h_{\mathrm{eff}}$ として, 式 (3.65) から得られる式:$B/h_{\mathrm{eff}} = -\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}} \cdot \hat{\boldsymbol{m}}$ を用いた. $z = i\hbar\omega_m$ として解析接続を行うと, 電子の松原振動数 ω_m についての和は以下のような積分になる:

$$I_{\nu\nu'} = -\int_{\mathrm{C}} \frac{dz}{2\pi i} f(z) \frac{1}{z - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}\, z)} \frac{1}{z + i\hbar\omega_n - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + \frac{i\Gamma}{2}\,\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}\, z + \omega_n)}. \tag{G.5}$$

ただし, $\omega_n > 0$ としている. ここで $f(z) = 1/(e^{\beta z} + 1)$ はフェルミ分布関数である. また, C は図 G.1 (a) の経路 $\mathrm{C_a}, \mathrm{C_b}, \mathrm{C_c}$ の和である.

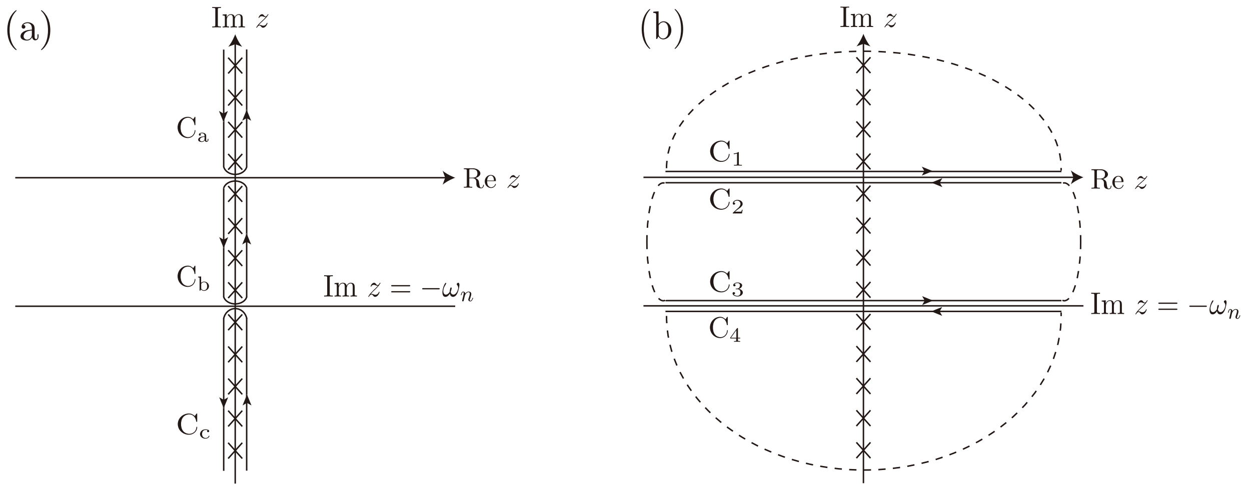

図 G.1　松原振動数の和を積分に変更

経路 C は図 G.1 (b) の 4 つの経路 $\mathrm{C_1, C_2, C_3, C_4}$ の和に分解できる. 経路 $\mathrm{C_1}$, $\mathrm{C_2}$ では $z = E$ とし, 経路 $\mathrm{C_3}$, $\mathrm{C_4}$ では $z = E - i\hbar\omega_n$ として $I_{\nu,\nu'}$ は以下のように計算できる:

$$
\begin{aligned}
I_{\nu\nu'} = -\int \frac{dE}{2\pi i} f(E) \Bigg[& \frac{1}{E - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma/2} \times \frac{1}{E + i\hbar\omega_n - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma/2} && (\mathrm{C_1}) \\
& - \frac{1}{E - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} - i\Gamma/2} \times \frac{1}{E + i\hbar\omega_n - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma/2} && (\mathrm{C_2}) \\
& + \frac{1}{E - i\hbar\omega_n - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} - i\Gamma/2} \times \frac{1}{E - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma/2} && (\mathrm{C_3}) \\
& - \frac{1}{E - i\hbar\omega_n - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} - i\Gamma/2} \times \frac{1}{E - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} - i\Gamma/2} \Bigg]. && (\mathrm{C_4})
\end{aligned}
$$

ここで $e^{i\hbar\beta\omega_n} = 1$ であるので, $f(z - i\hbar\omega_n) = f(z)$ となることを用いた. また, 経路 $\mathrm{C_2}$ と $\mathrm{C_4}$ は $\mathrm{Re}\, z$ の正から負の向きの経路であるので, マイナスがついていることに注意.

$\mathrm{C_1}$ と $\mathrm{C_2}$, および, $\mathrm{C_3}$ と $\mathrm{C_4}$ の項をまとめると,

$$
\begin{aligned}
I_{\nu\nu'} = -\int \frac{dE}{2\pi i} f(E) \Bigg[& \frac{-i\Gamma}{(E - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}})^2 + (\Gamma/2)^2} \times \frac{1}{E + i\hbar\omega_n - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma/2} \\
& + \frac{1}{E - i\hbar\omega_n - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} - i\Gamma/2} \times \frac{-i\Gamma}{(E - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}})^2 + (\Gamma/2)^2} \Bigg]
\end{aligned}
\tag{G.6}
$$

となる. 第一項は $E' = E - E^{\nu}_{\boldsymbol{k}}$ と, 第二項は $E' = -(E - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}})$ と変数変換することにより以下の式が得られる:

$$
I_{\nu\nu'} = -\int \frac{dE'}{2\pi i} \frac{-i\Gamma}{E'^2 + (\Gamma/2)^2} \left[\frac{f(E' + E^{\nu}_{\boldsymbol{k}}) - f(-E' + E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}})}{E' + i\hbar\omega_n + E^{\nu}_{\boldsymbol{k}} - E^{\nu'}_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma/2} \right]. \tag{G.7}
$$

これを用いると, 式 (G.3) は以下のようにかける:

$$\Sigma(\mathbf{0}, i\omega_n) = \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2}{4}\sum_{\boldsymbol{k}}\sum_{\nu=\pm}\sum_{\nu'=\pm}(1-\nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}})(1+\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}) \times \int\frac{dE'}{2\pi}\frac{\Gamma}{E'^2+(\Gamma/2)^2}\left[\frac{f(E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu})-f(-E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'})}{E'+i\hbar\omega_n+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu}-E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'}+i\Gamma/2}\right] \tag{G.8}$$

となる. ここで, 波数の和を積分に変更する公式:(式 (3.48)) を用いると以下の式が得られる:

$$\Sigma(\mathbf{0}, i\omega_n) = \frac{|T_{\mathbf{0}}|^2\mathcal{A}}{4}\sum_{\nu,\nu'}D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(1+\nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})(1-\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}) \times \int\frac{dE'}{2\pi}\frac{\Gamma}{E'^2+(\Gamma/2)^2}\frac{f(E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu})-f(-E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'})}{E'+i\hbar\omega_n+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu}-E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'}+i\Gamma/2}. \tag{G.9}$$

この式においてエネルギー ξ に依存するのは分布関数の部分のみであり, 以下のように計算できる:

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\,(f(E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu})-f(-E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'}))\\
&=\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\,(f(E'+\xi+\nu h_{\mathrm{eff}}(\varphi))-f(-E'+\xi+\nu' h_{\mathrm{eff}}(\varphi)))\\
&=-(2E'+(\nu-\nu')h_{\mathrm{eff}}(\varphi))\\
&=-(2E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu}-E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'}).
\end{aligned} \tag{G.10}$$

そして, 解析接続 $i\omega_n \to \omega + i\eta$ を行うと, 自己エネルギーの遅延成分の虚部が得られる:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Im}\Sigma^R(\mathbf{0},\omega) &= \operatorname{Im}\Sigma(\mathbf{0},\omega\to\omega+i\eta)\\
&=\frac{|T_{\mathbf{0}}|^2\mathcal{A}}{4}\sum_{\nu,\nu'}D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(1-\nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})(1+\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})\\
&\quad\times\int\frac{dE'}{2\pi}\frac{\Gamma}{E'^2+(\Gamma/2)^2}\frac{(-1)\times(2E'+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu}-E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'})\times(-\Gamma/2)}{(E'+\hbar\omega+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu}-E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'})^2+(\Gamma/2)^2}
\end{aligned} \tag{G.11}$$

となる. ここで, 積分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{2\pi}\frac{a^2}{x^2+(a/2)^2}\frac{x+b/2}{(x+b+c)^2+(a/2)^2} = -\frac{ac}{(b+c)^2+a^2}, \quad (a>0) \tag{G.12}$$

を用いると, 式 (G.11) は以下になる:

$$\operatorname{Im}\Sigma^R(\mathbf{0},\omega) = -\frac{|T_{\mathbf{0}}|^2\mathcal{A}}{4}\sum_{\nu,\nu'}D(\epsilon_{\mathrm{F}})\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}(1-\nu\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}})(1+\nu'\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}) \times\frac{\Gamma\hbar\omega}{(\hbar\omega+E_{\boldsymbol{k}}^{\nu}-E_{\boldsymbol{k}}^{\nu'})^2+\Gamma^2}. \tag{G.13}$$

これにより, 式 (3.69) を導出することができた.

付録 H

ギルバート減衰の増大に関する対称性

まず, Rashba スピン軌道相互作用の大きさに対する対称性を表す関係式 (4.2) を証明する. 以下の記号を導入する:

$$\alpha' \equiv -\alpha, \quad \theta' \equiv \theta - \frac{\pi}{2}. \quad \varphi' \equiv \varphi - \frac{\pi}{2}. \tag{H.1}$$

これらの文字に対して以下の式が成り立つ:

$$\cos\theta = \cos\Big(\theta' + \frac{\pi}{2}\Big) = -\sin\theta', \quad \sin\theta = \sin\Big(\theta' + \frac{\pi}{2}\Big) = \cos\theta' \quad \cos\varphi = -\sin\varphi' \quad \sin\varphi = \cos\varphi'. \tag{H.2}$$

式 (3.76) で与えられる $\delta\alpha_{\mathrm{G}}$ において, $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}$ の形を通してのみ電子の波数の角度 φ および強磁性絶縁体中のスピン方位 θ に依存する. ただし, 式 (3.51) で述べたように, $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}}$ の一次の項は φ 積分でゼロになり, 二次の項のみが効いてくる. 以下で, $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}(\varphi)\cdot\hat{\boldsymbol{m}} \equiv \frac{\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}(\varphi)}{h_{\mathrm{eff}}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}$ を $\alpha', \varphi', \theta'$ を用いて書き直す. まず, 式 (3.9), (3.33, (3.65) より,

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}} = (h_x, h_y, 0) = k_{\mathrm{F}}(-\alpha\sin\varphi - \beta\cos\varphi, \alpha\cos\varphi + \beta\sin\varphi, 0), \tag{3.9}$$

$$h_{\mathrm{eff}}(\varphi) \equiv |\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}| \simeq k_{\mathrm{F}}\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\sin 2\varphi}, \tag{3.33}$$

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}} = (h_x\cos\theta + h_y\sin\theta) \tag{3.65}$$

が得られる. また, 式 (H.2) より以下の式が得られる:

$$\begin{aligned} h_{\mathrm{eff}}(\alpha, \varphi) &= k_{\mathrm{F}}\sqrt{\alpha'^2 + \beta^2 - 2\alpha'\beta\sin 2(\varphi' + \frac{\pi}{2})} = k_{\mathrm{F}}\sqrt{\alpha'^2 + \beta^2 + 2\alpha'\beta\sin 2\varphi'} \\ &= h_{\mathrm{eff}}(\alpha', \varphi'), \end{aligned} \tag{H.3}$$

$$\begin{aligned} [\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\alpha, \varphi, \theta) &= \frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha', \varphi')}\cdot[(-\alpha'\sin\varphi + \beta\cos\varphi)\cdot\sin\theta' + (-\alpha'\cos\varphi + \beta\sin\varphi)\cos\theta'] \\ &= \frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha', \varphi')}\cdot[(-\alpha'\cos\varphi' - \beta\sin\varphi')\cdot\sin\theta' + (\alpha'\sin\varphi' + \beta\cos\varphi')\cos\theta'] \\ &= -[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\alpha', \varphi', \theta'). \end{aligned} \tag{H.4}$$

つまり, 変数変換: 式 (H.2) について, 変数変換前と変数変換後で $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}$ の二次の項は一致する. よって, 式 (4.2) が成り立つ.

次に式 (4.3) の最初の等式を示す.

$$\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta, \;\; \sin(\theta + \pi) = -\sin\theta \tag{H.5}$$

であるので,

$$[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\Omega,\theta)=-[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\Omega,\theta+\pi) \tag{H.6}$$

である. したがって, 変数変換前と変数変換後で $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}$ の二次の項は一致する. よって, 式 (4.3) の第一式が成り立つ.

最後に式 (4.3) の 2 番目の等式を示す.

$$\begin{aligned}[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\Omega,\theta)&=\frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\varphi)}\cdot[-(\alpha\sin\varphi+\beta\cos\varphi)\cdot\cos\theta+(\alpha\cos\varphi+\beta\sin\varphi)\sin\theta]\\&=\frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\varphi)}\cdot[\alpha\sin(\theta-\varphi)-\beta\cos(\theta+\varphi)]\end{aligned} \tag{H.7}$$

である. 従って

$$\begin{aligned}[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\Omega,\frac{\pi}{2}-\theta)&=\frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\varphi)}\cdot\Big[\alpha\sin\Big(\frac{\pi}{2}-\theta-\varphi\Big)-\beta\cos\Big(\frac{\pi}{2}-\theta+\varphi\Big)\Big]\\&=\frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\varphi)}\cdot\Big[-\alpha\sin\Big(\theta+\varphi-\frac{\pi}{2}\Big)-\beta\cos\Big(\theta-\varphi-\frac{\pi}{2}\Big)\Big]\end{aligned} \tag{H.8}$$

である. ここで, $h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\varphi)$ は $\sin 2\varphi$ の形で φ に依存する. そして,

$$\sin 2(\frac{\pi}{2}-\varphi)=\sin\pi\cdot\cos 2\varphi-\cos\pi\cdot\sin 2\varphi=\sin 2\varphi \tag{H.9}$$

であるので, $\varphi\to\varphi'=\pi/2-\varphi$ と変数変換する. すると以下の式を得る:

$$\begin{aligned}[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\Omega,\varphi,\frac{\pi}{2}-\theta)&=\frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\frac{\pi}{2}-\varphi)}\cdot[-\alpha\sin(\theta-\varphi')-\beta\cos(\theta+\varphi'-\pi)]\\&=\frac{k_{\mathrm{F}}}{h_{\mathrm{eff}}(\alpha,\beta,\varphi')}\cdot[-\alpha\sin(\theta-\varphi')+\beta\cos(\theta+\varphi')]\\&=-[\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{eff}}\cdot\hat{\boldsymbol{m}}](\Omega,\varphi',\theta).\end{aligned} \tag{H.10}$$

そして, $\varphi'\equiv\frac{\pi}{2}-\varphi$ の積分を

$$\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi'\quad\to\quad\int_0^{2\pi}d\varphi' \tag{H.11}$$

と変更した後に $\varphi'\to\varphi$ とすることができる. こうして式 (4.3) の第二式が成り立つことが示せた.

謝辞

本研究を行う上で, 指導教官である加藤岳生先生には熱心にご指導いただきました. 研究の進め方や計算手法に関して丁寧な指導を受けることができ, 議論もたくさん行っていただきました. そして, 論文草稿や様々な申請書類の添削もしていただきました. また, スピントロニクスについての輪講を行っていただきました. 心から感謝しています. 論文 [1] の共著者である松尾衛先生にも議論していただき, スピントロニクスの背景や研究のアイデアに関してご指導いただきました. 大変感謝しています. 一学年先輩である立野さんとの議論では, 分からない式変形などを教えていただくことが多くありました. 感謝しています. 秘書の江口さんには学会への参加手続きや研究室の備品の調達を行っていただき, 大変感謝しています. 研究室の同期である石川君とは教科書の輪読をしました. 石川君は非常に優秀であり, たくさんの刺激を受けました.

参考文献

[1] Yu A Bychkov and E I Rashba. Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers. *J. Phys. C: Solid State Phys.*, Vol. 17, No. 33, pp. 6039–6045, Nov 1984.

[2] E. I. Rashba. Semiconductors with a loop of extrema. *J. Electron Spectros. Relat. Phenomena*, Vol. 201, pp. 4–5, 2015.

[3] G. Dresselhaus. Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures. *Phys. Rev.*, Vol. 100, pp. 580–586, Oct 1955.

[4] G. C. La Rocca, Nammee Kim, and S. Rodriguez. Effect of uniaxial stress on the electron spin resonance in zinc-blende semiconductors. *Phys. Rev. B*, Vol. 38, pp. 7595–7601, Oct 1988.

[5] S. LaShell, B. A. McDougall, and E. Jensen. Spin Splitting of an Au(111) Surface State Band Observed with Angle Resolved Photoelectron Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 77, pp. 3419–3422, Oct 1996.

[6] Eli Rotenberg and S. D. Kevan. Evolution of Fermi Level Crossings versus H Coverage on $W(110)$. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 80, pp. 2905–2908, Mar 1998.

[7] Eli Rotenberg, J. W. Chung, and S. D. Kevan. Spin-Orbit Coupling Induced Surface Band Splitting in Li/W(110) and Li/Mo(110). *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, pp. 4066–4069, May 1999.

[8] Takeshi Nakagawa, Osamu Ohgami, Yuka Saito, Hiroshi Okuyama, Mitsuaki Nishijima, and Tetsuya Aruga. Transition between tetramer and monomer phases driven by vacancy configuration entropy on Bi/ Ag (001). *Physical Review B*, Vol. 75, No. 15, p. 155409, 2007.

[9] Christian R. Ast, Jürgen Henk, Arthur Ernst, Luca Moreschini, Mihaela C. Falub, Daniela Pacilé, Patrick Bruno, Klaus Kern, and Marco Grioni. Giant Spin Splitting through Surface Alloying. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 98, p. 186807, May 2007.

[10] J. Hugo Dil, Fabian Meier, Jorge Lobo-Checa, Luc Patthey, Gustav Bihlmayer, and Jürg Osterwalder. Rashba-Type Spin-Orbit Splitting of Quantum Well States in Ultrathin Pb Films. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 101, p. 266802, Dec 2008.

[11] Koichiro Yaji, Yoshiyuki Ohtsubo, Shinichiro Hatta, Hiroshi Okuyama, Koji Miyamoto, Taichi Okuda, Akio Kimura, Hirofumi Namatame, Masaki Taniguchi, and Tetsuya Aruga. Large Rashba spin splitting of a metallic surface-state band on a semiconductor surface. *Nature communications*, Vol. 1, No. 1, pp. 1–5, 2010.

[12] Olivier Rousseau, Cosimo Gorini, Fatima Ibrahim, Jean-Yves Chauleau, Aurélie Solignac, Ali Hallal, Sebastian Tölle, Mairbek Chshiev, and Michel Viret. Spin-charge conversion in ferromagnetic Rashba states. *Phys. Rev. B*, Vol. 104, p. 134438, Oct 2021.

[13] K Ishizaka, MS Bahramy, H Murakawa, M Sakano, T Shimojima, T Sonobe, K Koizumi, S Shin,

H Miyahara, A Kimura, K Miyamoto, T Okuda, H Namatame, M Taniguchi, R Arita, N Nagaosa, K Kobayashi, Y Murakami, R Kumai, Y Kaneko, Y Onose, and Y Tokura. Giant Rashba-type spin splitting in bulk BiTeI. *Nature materials*, Vol. 10, No. 7, pp. 521–526, 2011.

[14] A. Crepaldi, L. Moreschini, G. Autès, C. Tournier-Colletta, S. Moser, N. Virk, H. Berger, Ph. Bugnon, Y. J. Chang, K. Kern, A. Bostwick, E. Rotenberg, O. V. Yazyev, and M. Grioni. Giant Ambipolar Rashba Effect in the Semiconductor BiTeI. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 109, p. 096803, Aug 2012.

[15] Christian Rinaldi, JC Rojas-Sánchez, RN Wang, Y Fu, S Oyarzun, L Vila, Stefano Bertoli, Marco Asa, Lorenzo Baldrati, Matteo Cantoni, J-M George, R Calarco, A Fert, and R Bertacco. Evidence for spin to charge conversion in GeTe (111). *APL Materials*, Vol. 4, No. 3, p. 032501, 2016.

[16] Sara Varotto, Luca Nessi, Stefano Cecchi, Jagoda Sławińska, Paul Noël, Simone Petrò, Federico Fagiani, Alessandro Novati, Matteo Cantoni, Daniela Petti, Edoardo Albisetti, Marcio Costa, Raffaella Calarco, Marco Buongiorno Nardelli, Manuel Bibes, Silvia Picozzi, Jean-Philippe Attané, Laurent Vila, Riccardo Bertacco, and Christian Rinaldi. Room-temperature ferroelectric switching of spin-to-charge conversion in germanium telluride. *Nature Electronics*, Vol. 4, No. 10, pp. 740–747, 2021.

[17] Charles Kittel. On the Theory of Ferromagnetic Resonance Absorption. *Phys. Rev.*, Vol. 73, pp. 155–161, Jan 1948.

[18] Shigemi Mizukami, Yasuo Ando, and Terunobu Miyazaki. The study on ferromagnetic resonance linewidth for NM/80NiFe/NM (NM= Cu, Ta, Pd and Pt) films. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 40, No. 2R, p. 580, 2001.

[19] Yaroslav Tserkovnyak, Arne Brataas, and Gerrit E. W. Bauer. Enhanced Gilbert Damping in Thin Ferromagnetic Films. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 88, p. 117601, Feb 2002.

[20] HL Wang, CH Du, Y Pu, R Adur, Peter Christopher Hammel, and FY Yang. Scaling of spin Hall angle in 3d, 4d, and 5d metals from Y 3 Fe 5 o 12/metal spin pumping. *Physical review letters*, Vol. 112, No. 19, p. 197201, 2014.

[21] Fengyuan Yang and P Chris Hammel. FMR-driven spin pumping in Y3Fe5o12-based structures. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 51, No. 25, p. 253001, 2018.

[22] J. C. Rojas Sánchez, Laurent Vila, G Desfonds, S Gambarelli, J. P. Attané, J. M. De Teresa, C Magén, and A Fert. Spin-to-charge conversion using Rashba coupling at the interface between non-magnetic materials. *Nat. Commun.*, Vol. 4, No. 1, p. 2944, 2013.

[23] M. Yama, M. Tatsuno, T. Kato, and M. Matsuo. Spin pumping of two-dimensional electron gas with Rashba and Dresselhaus spin-orbit interactions. *Phys. Rev. B*, Vol. 104, p. 054410, Aug 2021.

[24] 小形正男. 物性物理のための 場の理論・グリーン関数 量子多体系をどう解くか? サイエンス社, 2018.

[25] 佐久間昭正. 磁性の電子論. 日本磁気学会, 2010.

[26] 浅野建一. 固体電子の量子論. 東京大学出版会, 2019.

[27] 伏屋雄紀, 福山秀敏. 久保公式とグリーン関数法の実践的基礎 (その 1). *Vol.**51**, No.7 pp. 371.*, 2016.

[28] 伏屋雄紀, 福山秀敏. 久保公式とグリーン関数法の実践的基礎 (その 2). *Vol.52, No.1 pp. 1.*, 2017.

[29] Yuichi Ohnuma, Hiroto Adachi, Eiji Saitoh, and Sadamichi Maekawa. Enhanced dc spin pumping into a fluctuating ferromagnet near T_C. *Phys. Rev. B*, Vol. 89, p. 174417, May 2014.

[30] Yuya Ominato and Mamoru Matsuo. Quantum Oscillations of Gilbert Damping in Ferromagnetic/Graphene Bilayer Systems. *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol. 89, No. 5, p. 053704, 2020.

[31] Yuya Ominato, Junji Fujimoto, and Mamoru Matsuo. Valley-Dependent Spin Transport in Monolayer Transition-Metal Dichalcogenides. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 124, p. 166803, Apr 2020.

[32] M. Matsuo, Y. Ohnuma, T. Kato, and S. Maekawa. Spin Current Noise of the Spin Seebeck Effect and Spin Pumping. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 120, p. 037201, Jan 2018.

[33] microscopic theory of spin transport at the interface between a superconductor and a ferromagnetic insulator.

[34] T. Kato, Y. Ohnuma, and M. Matsuo. Microscopic theory of spin Hall magnetoresistance. *Phys. Rev. B*, Vol. 102, p. 094437, Sep 2020.

[35] 齋藤英治, 村上修一. スピン流とトポロジカル絶縁体, 量子物性とスピントロニクスの発展. 共立出版, 2014.

[36] 多々良源. スピントロニクスの物理-場の理論の立場から. 内田老鶴圃, 2019.

[37] C. P. Moca and D. C. Marinescu. Spin-Hall conductivity of a spin-polarized two-dimensional electron gas with Rashba spin–orbit interaction and magnetic impurities. *New J. Phys.*, Vol. 9, No. 9, p. 343, 2007.

[38] J. B. Miller, D. M. Zumbühl, C. M. Marcus, Y. B. Lyanda-Geller, D. Goldhaber-Gordon, K. Campman, and A. C. Gossard. Gate-Controlled Spin-Orbit Quantum Interference Effects in Lateral Transport. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 90, p. 076807, Feb 2003.

[39] ウシオ電機. エネルギー換算表.

[40] Dirk Grundler. Large Rashba Splitting in InAs Quantum Wells due to Electron Wave Function Penetration into the Barrier Layers. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 84, pp. 6074–6077, Jun 2000.

[41] Lorenz Meier, Gian Salis, Ivan Shorubalko, Emilio Gini, Silke Schön, and Klaus Ensslin. Measurement of Rashba and Dresselhaus spin–orbit magnetic fields. *Nat. Phys.*, Vol. 3, No. 9, pp. 650–654, 2007.

[42] 江藤幹雄. 半導体中のスピン軌道相互作用入門 (その 1).

[43] Junsaku Nitta, Tatsushi Akazaki, Hideaki Takayanagi, and Takatomo Enoki. Gate Control of Spin-Orbit Interaction in an Inverted $In_{0.53}Ga_{0.47}As/In_{0.52}Al_{0.48}As$ Heterostructure. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 78, pp. 1335–1338, Feb 1997.

[44] Supriyo Datta and Biswajit Das. Electronic analog of the electro - optic modulator. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 56, No. 7, pp. 665–667, 1990.

[45] B. Andrei Bernevig, J. Orenstein, and Shou-Cheng Zhang. Exact SU(2) Symmetry and Persistent Spin Helix in a Spin-Orbit Coupled System. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, p. 236601, Dec 2006.

[46] Gang Wang, BL Liu, Andrea Balocchi, Pierre Renucci, CR Zhu, Thierry Amand, Chantal Fontaine, and Xavier Marie. Gate control of the electron spin-diffusion length in semiconductor quantum wells. *Nature communications*, Vol. 4, No. 1, pp. 1–5, 2013.

[47] Jake D Koralek, Christopher P Weber, Joe Orenstein, B Andrei Bernevig, Shou-Cheng Zhang,

Shawn Mack, and DD Awschalom. Emergence of the persistent spin helix in semiconductor quantum wells. *Nature*, Vol. 458, No. 7238, pp. 610–613, 2009.

[48] Tobias Bergsten, Toshiyuki Kobayashi, Yoshiaki Sekine, and Junsaku Nitta. Experimental demonstration of the time reversal Aharonov-Casher effect. *Physical review letters*, Vol. 97, No. 19, p. 196803, 2006.

[49] Fumiya Nagasawa, Andres A. Reynoso, José Pablo Baltanás, Diego Frustaglia, Henri Saarikoski, and Junsaku Nitta. Gate-controlled anisotropy in Aharonov-Casher spin interference: Signatures of Dresselhaus spin-orbit inversion and spin phases. *Phys. Rev. B*, Vol. 98, p. 245301, Dec 2018.

[50] Y. Aharonov and A. Casher. Topological Quantum Effects for Neutral Particles. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 53, pp. 319–321, Jul 1984.