

# 修士論文

カーボンナノチューブへのスピンプンピングの理論

(Theory of spin pumping into carbon nanotubes)

福澤 昂汰

2023年2月3日

# 概要

カーボンナノチューブでは相互作用する一次元電子系が実現されており、広い温度範囲で朝永・ラッティンジャー液体として振舞うことが知られている。これまで朝永・ラッティンジャー液体のスピンの励起について、カーボンナノチューブに対する NMR における縦緩和時間が実験・理論の両面から考察されていた。本研究では、スピンプンピングによって強磁性絶縁体からカーボンナノチューブへスピンを注入する状況を考察し、カーボンナノチューブとの接合の効果によるギルバート減衰の増大をグリーン関数法を用いて解析的に計算する。そして、ギルバート減衰の増大において朝永・ラッティンジャー液体中のスピンの励起の性質がどのように現れるかを明らかにする。その結果、ギルバート減衰の増大は温度の非自明なべきに比例するという形で、朝永・ラッティンジャー液体の性質が現れていることを示した。また、このべき指数は接合界面がクリーンであるか乱雑であるかにより変化することも明らかにした。

# 目次

概要		i
<b>第 1 章</b>	<b>イントロダクション</b>	<b>1</b>
1.1	カーボンナノチューブの概要	1
1.2	スピンプンピングの概要	1
1.3	本研究の目的	3
1.4	本論文の構成	3
<b>第 2 章</b>	<b>カーボンナノチューブの諸性質</b>	<b>5</b>
2.1	結晶構造	5
2.1.1	グラフェンの結晶構造	5
2.1.2	カーボンナノチューブの結晶構造	5
2.1.3	カッティングライン	8
2.2	コンダクタンスの測定	9
2.3	光電子スペクトルの測定	9
2.4	NMR による核スピン緩和時間の測定	10
2.5	本章のまとめ	10
<b>第 3 章</b>	<b>スピンプンピングの定式化</b>	<b>12</b>
3.1	非磁性金属	12
3.2	強磁性絶縁体	13
3.3	界面相互作用	15
3.4	ギルバート減衰の増大	16
3.5	自己エネルギーの計算	18
3.6	本章のまとめ	19
<b>第 4 章</b>	<b>カーボンナノチューブの定式化</b>	<b>21</b>
4.1	カーボンナノチューブの微視的模型	21
4.2	ボゾン化	22
4.3	自己エネルギーの定義	23
4.4	相関関数の計算	25
4.5	ギルバート減衰の増大: クリーンな接合界面の場合	27
4.6	乱れた接合界面の場合	27

---

第 5 章	計算結果	29
5.1	表式の無次元化 . . . . .	29
5.2	数値計算結果 . . . . .	30
5.2.1	クリーンな接合界面の場合 . . . . .	31
5.2.2	乱れた接合界面の場合 . . . . .	33
5.3	実験との対応 . . . . .	34
第 6 章	まとめ	36
付録 A	(4.18) 式の導出	37
付録 B	相関関数の計算の詳細	40
付録 C	ボゾン場のグリーン関数	43
付録 D	クリーンな接合界面の場合の解析計算	48
付録 E	乱れた接合界面の場合の解析計算	53
	謝辞	55
	参考文献	56

# 第 1 章

## イントロダクション

本章では本研究の背景をまとめる。1.1 節でカーボンナノチューブの工業的および物理的に重要な性質をまとめた後、1.2 節ではスピントロニクス基礎事項を簡単にまとめる。最後に 1.3 節で本研究の目的をまとめ、1.4 節で本論文の構成を述べる。

### 1.1 カーボンナノチューブの概要

カーボンナノチューブは 1991 年に発見された、炭素からなる直径数ナノメートル程度の筒状の物質である [1]。カーボンナノチューブは化学結合の中でも非常に強力な炭素-炭素間の  $sp^2$  結合を持つことによる他の金属を上回る高強度性と、金属よりも軽量であるという性質から幅広い工業的な応用が期待されている。実際、カーボンナノチューブは 150GPa の引張強度、800GPa のヤング率を持つことが測定されているが [2]、これはステンレス鋼 (SUS 304) の引張強度が 520MPa、ヤング率が 193GPa であることと比較しても非常に大きい。また、密度も  $1.74 \pm 0.16\text{g/cm}^3$  であると測定されているが [3]、これはアルミニウムの  $2.7\text{g/cm}^3$  と比較しても非常に軽量である。カーボンナノチューブを添加した複合材は元の物質よりも耐熱性や耐衝撃性が向上したという報告もある [4]。

カーボンナノチューブは電子の円周方向の運動が量子化されているために 1 次元電子系とみなすことが出来るという点でも物理的に重要な物質である。相互作用のある 2 次元以上の低温の電子系は相互作用の無い状態から断熱的に相互作用が印加されたと見て、準粒子と呼ばれる相互作用を組み込んだ仮想的な電子と元の自由電子との 1 対 1 対応を構成することが出来る。このモデルはフェルミ液体と呼ばれ、低温における金属や液体ヘリウムを記述する際に用いられる。フェルミ液体では運動量分布関数に不連続な飛びが現れる (図 1.1)。一方で 1 次元電子系においては、相互作用を入れるとどれだけ弱い相互作用であっても運動量分布関数のフェルミ波数における不連続な飛びが消失し、相互作用が断熱的に印加されたとは見なすことが出来ない [5](図 1.2)。そのため、朝永・ラッティンジャー液体と呼ばれる別のモデルから検討する必要がある。実際に 1999 年にカーボンナノチューブが朝永・ラッティンジャー液体として振る舞うことが初めて実験的に示されている [6]。

### 1.2 スピンポンピングの概要

静的磁場が印加された強磁性体の局在スピンは、ラーモアの歳差運動として知られるように静的磁場を軸とした歳差運動をしている。この歳差運動に近い周波数を持つマイクロ波を強磁性体に照射するとマイクロ波が吸収され強磁性体中の局在スピンは励起される [7](強磁性共鳴)。この時、強磁性体のマイクロ波

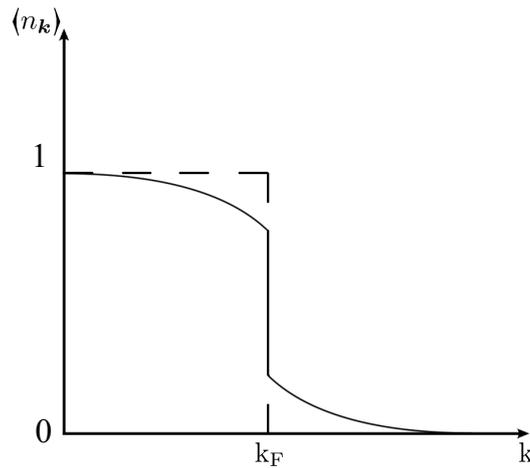


図 1.1 破線: 相互作用のないフェルミ液体の運動量分布  
 実線: 相互作用のあるフェルミ液体の運動量分布

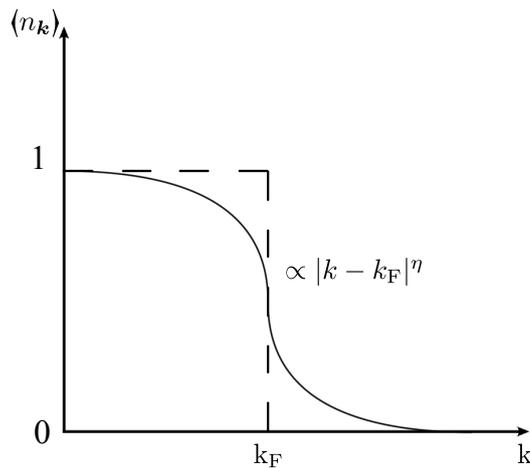


図 1.2 破線: 相互作用のない朝永・ラッティンジャー液体の運動量分布  
 実線: 相互作用のある朝永・ラッティンジャー液体の運動量分布

吸収スペクトルは歳差運動の周波数においてピークを持ち、その幅は磁気緩和の大きさ (ギルバート減衰定数) によって決まる。

静的磁場を印加しマイクロ波を照射するという操作を強磁性体と常磁性金属との接合系に対して行うと、接合面において強磁性体の励起されたスピンと常磁性金属のスピンの相互作用が生じることで、強磁性体から常磁性金属へとスピン流が流れ込む。この現象はスピンプンピングと呼ばれるが、ここでマイクロ波吸収スペクトルのピークの幅は強磁性体単体の系でのピーク幅と比較して大きくなる [8]。この量から常磁性金属へと流れ込むスピン流の大きさを評価出来る。強磁性体単体のギルバート減衰定数を  $\alpha_G$ 、強磁性絶縁体と常磁性体を接合した系でのギルバート減衰を  $\alpha_G + \delta\alpha_G$  とすると、図 1.3 に示したよ

図 1.3 ギルバート減衰の測定結果. 強磁性絶縁体 (YIG) 単体の場合よりも金属 (ここでは 7nm の Pt の単層金属もしくは 8nm の Au と 7nm の Pt の二層金属) を接合した場合の方がギルバート減衰の値が大きくなっている. 文献 [8] より引用.

うに, ギルバート減衰を YIG 単体で測定した場合には YIG の厚さにほとんどよらず  $\alpha_G = 0.0007$  程度であるが, Pt を接合させるとギルバート減衰定数は増大しその増大の大きさ  $\delta\alpha_G$  は YIG の厚さの逆数に比例する. 特に, 25nm の YIG に 7nm の Pt を接合した場合には  $\alpha_G + \delta\alpha_G = 0.0034$  と測定されている.

### 1.3 本研究の目的

朝永-ラッティンジャー液体のスピンの励起に関係する研究としてカーボンナノチューブに対する NMR における縦緩和時間が実験・理論の両面から考察されており, 温度のべき乗則が現れることが報告されている [9, 10, 11]. 一方で, 朝永-ラッティンジャー液体へのスピン注入現象においては朝永-ラッティンジャー液体の性質がどのように現れるかについてはこれまで議論されてこなかった. そこで本研究では, 強磁性絶縁体からカーボンナノチューブへのスピンプンピング (図 1.4) におけるギルバート減衰の増大を解析的に計算することによって考察することを目的とした.

### 1.4 本論文の構成

第 2 章ではカーボンナノチューブの諸性質についてまとめる. 結晶構造を元にしたカーボンナノチューブが金属になる条件の導出と, 朝永-ラッティンジャー液体の性質がカーボンナノチューブに現れることを明らかにした過去の実験結果をまとめる. 第 3 章ではスピンプンピングに関する定式化をまとめる. 強磁性絶縁体と非磁性金属を接合した一般的な状況におけるギルバート減衰の増大の表式を導出した後, 3次元電子ガス模型に対して具体的にその値を評価した. 第 4 章では本研究の想定するセットアップである, 強磁性絶縁体からカーボンナノチューブへのスピンプンピングにおけるギルバート減衰の増大の解析的表式を導出する. カーボンナノチューブの微視的ハミルトニアンをボゾン化法を用いた形で導入し, グリーン関数の方法を用いて界面での交換相互作用の二次摂動の計算を行う. 第 5 章では第 4 章で導出したギルバート減衰の増大の温度依存性および接合長依存性について調べる. 第 6 章では本研究についてまとめを行う. なお, 途中の計算の詳細については付録にまとめた.

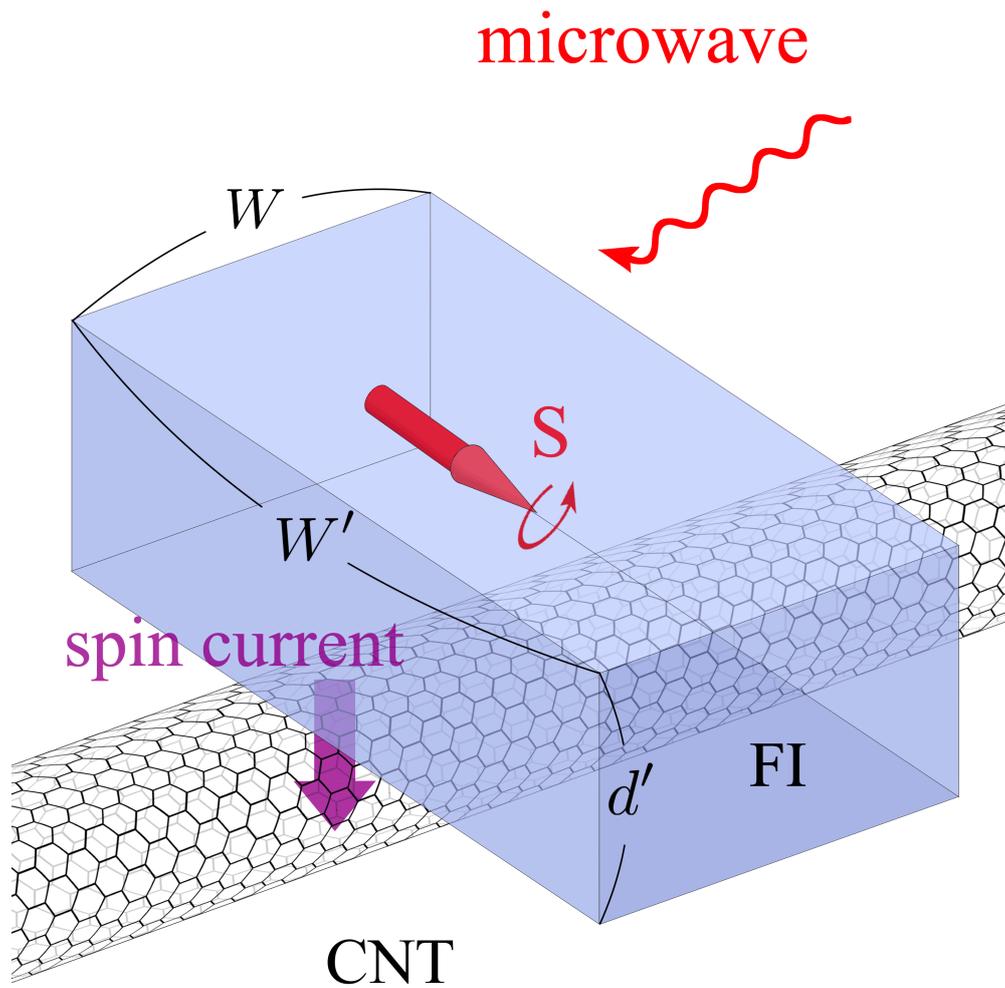


図 1.4 本研究のセットアップ. 強磁性絶縁体からカーボンナノチューブへスピン流を注入する.

## 第2章

# カーボンナノチューブの諸性質

本章ではカーボンナノチューブのよく知られた諸性質についてまとめる。2.1節でカーボンナノチューブの結晶構造を確認し、それを元にカーボンナノチューブはカイラルベクトルによって金属的か半導体的かが決まることを述べる [12, 13, 14]。また、金属カーボンナノチューブでは、さまざまな物理量が朝永ラッティンジャー液体特有の温度 (もしくはエネルギー) のべき乗則に従う。2.2節, 2.3節および2.4節で、カーボンナノチューブのコンダクタンス, 光電子スペクトル, スピン緩和時間で見られる温度 (エネルギー) のべき乗則についてそれぞれ紹介する。

### 2.1 結晶構造

カーボンナノチューブはグラフェンのシートを丸めて筒状にしたような形状をしている。そのため、カーボンナノチューブの結晶構造はグラフェンの結晶構造を元に考察することが出来る。

#### 2.1.1 グラフェンの結晶構造

グラフェンは図 2.1 に示すような正六角形を繰り返し配置したような結晶構造をしており、基本並進ベクトル  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  は、それぞれ

$$\mathbf{a}_1 = \left( \frac{\sqrt{3}a}{2}, \frac{a}{2} \right), \quad \mathbf{a}_2 = \left( \frac{\sqrt{3}a}{2}, -\frac{a}{2} \right), \quad (2.1)$$

と表される。ここで、格子定数  $a$  は 0.246 nm で、 $|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2|$  を満たす。図 2.1 の点線で示した  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  で作られるひし形の領域がグラフェンの単位胞である。また、グラフェンの逆格子基本ベクトル  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$  は  $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) により、

$$\mathbf{b}_1 = \left( \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{2\pi}{a} \right), \quad \mathbf{b}_2 = \left( \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, -\frac{2\pi}{a} \right), \quad (2.2)$$

と計算される。

#### 2.1.2 カーボンナノチューブの結晶構造

カーボンナノチューブはグラフェンを筒状に巻いた構造を持つ物質であるが、その層の数は様々である。単層のものは単層カーボンナノチューブ (SWCNT), 2層のものは2層カーボンナノチューブ (DWCNT),

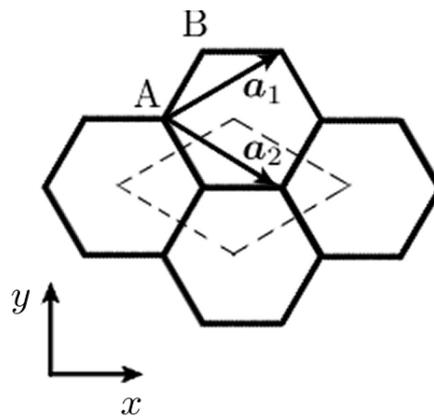


図 2.1 実空間でのグラフェンの単位胞

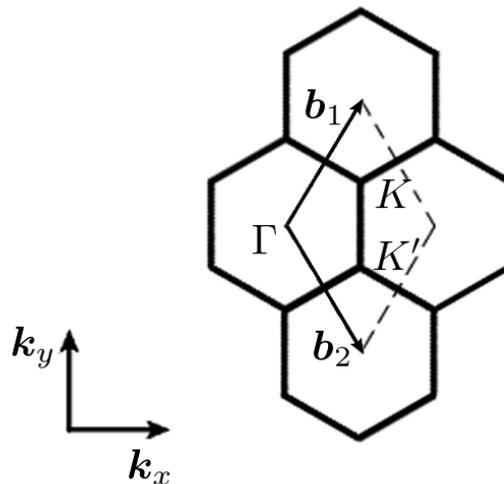


図 2.2 逆格子空間でのグラフェンの単位胞

3層以上のものは多層カーボンナノチューブ (MWCNT) と呼び区別される。本節では単層カーボンナノチューブの結晶構造について考える。

カーボンナノチューブの単位胞は図 2.3 のようにグラフェンの格子空間上に展開して扱うことが出来る。図 2.3 の  $C_h$  はカーボンナノチューブの円周方向を定義するベクトル (カイラルベクトル) であり、グラフェンの基本格子ベクトルを用いて

$$C_h = n\mathbf{a}_1 + m\mathbf{a}_2 =: (n, m), \quad (0 \leq m \leq n; m, n \text{ は整数}), \quad (2.3)$$

と表すことが出来る。  $m = 0$  となるものはジグザグナノチューブ、  $n = m$  のものはアームチェアナノチューブ、それ以外のはカイラルナノチューブと呼ばれる。

以下では、  $(n, m)$  の値によってカーボンナノチューブの物性がどのように変化するかを説明する。周の

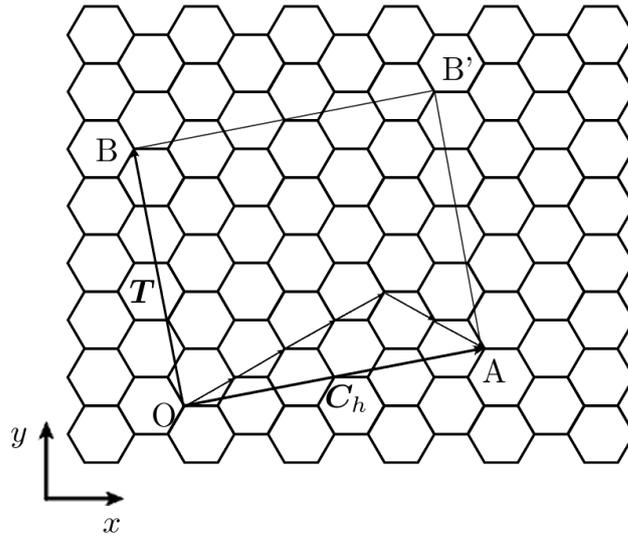


図 2.3 実空間での  $(n, m) = (4, 2)$  のカーボンナノチューブ

長さ  $L$  および直径  $d_t$  は  $n, m$  を用いて以下のように計算される:

$$L = |\mathbf{C}_h| = a\sqrt{n^2 + m^2 + nm}, \quad (2.4)$$

$$d_t = \frac{L}{\pi} = \frac{a\sqrt{n^2 + m^2 + nm}}{\pi}. \quad (2.5)$$

軸方向を定義するベクトルは、図 2.3 のように点  $O$  から  $\mathbf{C}_h$  と直交するよう伸ばしていき、初めてグラフェンの格子点に出会うまでのベクトルとして定義される。このように定義されたベクトル  $\mathbf{T}$  は、カーボンナノチューブの並進対称性を決定づけることから並進ベクトルと呼ばれ、

$$\mathbf{T} = t_1\mathbf{a}_1 + t_2\mathbf{a}_2, \quad (t_1, t_2) = \left( \frac{2m+n}{d_R}, -\frac{2n+m}{d_R} \right), \quad (2.6)$$

$$T = |\mathbf{T}| = \frac{\sqrt{3}L}{d_R}, \quad (2.7)$$

と表せる。ただし  $d_R$  は  $2m+n$  と  $2n+m$  の最大公約数である。単位胞に含まれるグラフェンの単位胞の個数  $N$  は、カーボンナノチューブの単位胞の面積とグラフェンの単位胞の面積の比から

$$N = \frac{|\mathbf{C}_h \times \mathbf{T}|}{|\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2|} = \frac{2(n^2 + m^2 + nm)}{d_R}, \quad (2.8)$$

と計算される。

続いてカーボンナノチューブの逆格子ベクトル  $\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_\parallel$  を考える。これらは基本並進ベクトル  $\mathbf{C}_h, \mathbf{T}$  に対して以下の式を満たす:

$$\mathbf{C}_h \cdot \mathbf{k}_\perp = 2\pi, \quad \mathbf{C}_h \cdot \mathbf{k}_\parallel = 0, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{k}_\perp = 0, \quad \mathbf{T} \cdot \mathbf{k}_\parallel = 2\pi. \quad (2.10)$$

よって逆格子ベクトル  $\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_\parallel$  は以下のように表される:

$$\mathbf{k}_\perp = \frac{1}{N}(-t_2\mathbf{b}_1 + t_1\mathbf{b}_2), \quad (2.11)$$

$$\mathbf{k}_\parallel = \frac{1}{N}(m\mathbf{b}_1 - n\mathbf{b}_2). \quad (2.12)$$

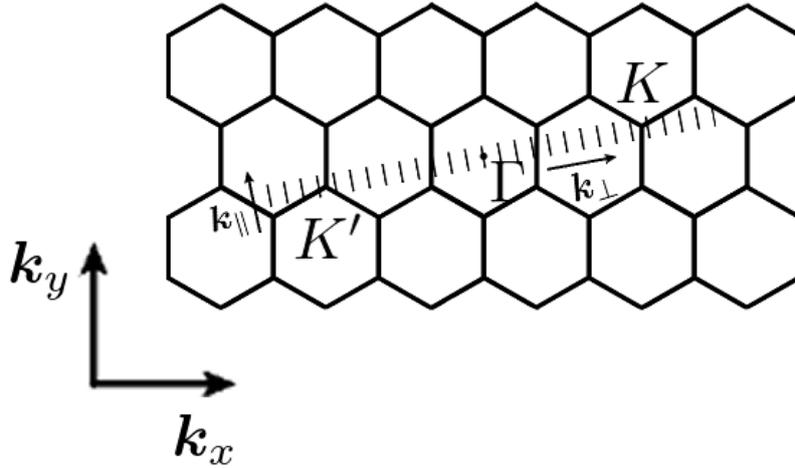


図 2.4 逆格子空間での  $(n, m) = (4, 2)$  のカーボンナノチューブ

### 2.1.3 カuttingライン

カーボンナノチューブの波数ベクトル  $\mathbf{k}$  は、円周方向の周期的境界条件から

$$\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{C}_h) = 1, \quad (2.13)$$

を満たしている必要がある。これにより、 $\mathbf{k}_\perp$  方向の波数は量子化され、

$$\mathbf{k}_q = \mu \mathbf{k}_\perp + k_m \mathbf{k}_\parallel / |\mathbf{k}_\parallel|, \quad (2.14)$$

$$\mu = -N/2 + 1, -N/2 + 2, \dots, N/2, \quad (2.15)$$

に制限される。ここで軸方向の波数は第一ブリルアンゾーンにあるとし、 $-\pi/T < k_m \leq \pi/T$  であるとする。したがって、波数ベクトルは図 2.4 で表したような複数の短い平行線上に制限される。この線をカuttingラインという。

グラフェンにおいては K 点および K' 点において  $\pi$  軌道のバンドと  $\pi^*$  軌道のバンドが接しゼロギャップになることが知られている。そのため、カーボンナノチューブは第一ブリルアンゾーンが K 点および K' 点を横切った時に金属的となる。ここで、 $\Gamma$  点を通るカuttingラインから K 点までの距離を考えると、これは以下の式で表される：

$$|\vec{\Gamma K}| \left| \frac{\vec{\Gamma K} \cdot \mathbf{k}_\perp}{|\vec{\Gamma K}| |\mathbf{k}_\perp|} \right| = \frac{2\pi(2n+m)}{3a\sqrt{n^2+m^2+nm}} = \frac{2n+m}{3} |\mathbf{k}_\perp|. \quad (2.16)$$

従って、 $2n+m$  が 3 の倍数となる時にカuttingラインが K 点を横切り、カーボンナノチューブは金属的になる。逆に  $2n+m$  が 3 の倍数とならない時はカーボンナノチューブは半導体的になる。従って、ジグザグ・アームチェア・カイラルナノチューブの分類も合わせるとカーボンナノチューブは表 2.1 のように分類される。

本論文の第 3 章以降では、カーボンナノチューブは金属的であるとして理論の定式化を行う。

ジグザグ型	$m = 0$	$n$ が 3 の倍数のとき金属的
アームチェア型	$n = m$	常に金属的
カイラル型	それ以外	$2n + m$ が 3 の倍数の時金属的

表 2.1 カーボンナノチューブの分類

図 2.5 カーボンナノチューブのコンダクタンスの測定結果. 文献 [6] より引用. 左の図がバルク接続型, 右の図が端接続型の接合に対する測定である. また, 実線は生データで, 点線はクーロンブロッケード効果の補正を行ったデータである. 左上の数直線は×がバルク接続型, ○が端接続型での温度依存性の指数の測定結果を示している.

図 2.6 カーボンナノチューブの光電子スペクトルの測定結果. 文献 [15] より引用.

## 2.2 コンダクタンスの測定

カーボンナノチューブは円周方向の運動は周期的境界条件により量子化されているため, 低エネルギーの輸送に注目する限り, 軸方向のみ電子が運動可能な理想的な一次元電子系であると考えてよい. 電子間相互作用のある一次元電子系は朝永-ラッティンジャー液体によって記述されると考えられており, 電子の運動量分布がフェルミ波数の付近でべき的に振る舞うことを反映して様々な物理量が温度 (もしくはエネルギー) のべき乗に比例して変化する. 実際にコンダクタンス, 光電子スペクトル, スピン緩和時間といった様々な物理量において, 温度 (エネルギー) のべき乗則が確認されている.

1999 年に Bockrath らが行った実験では, SWCNT に対してその上に電極金属を蒸着させた端接続型の接合と金属のリードの上にカーボンナノチューブを置いたバルク接続型の接合という二種類の接合方法に対してコンダクタンスを測定した [6]. 図 2.5 に示すように, バルク接続型では  $T^{0.3}$ , 端接続型では  $T^{0.6}$  にコンダクタンスが比例しており, ともに一次元電子系特有の特異なべき乗則が現れている様子が確認出来る.

## 2.3 光電子スペクトルの測定

フェルミ波数の付近での電子の運動量分布は光電子スペクトルによって観測可能である. 2003 年に石井らによって行われたカーボンナノチューブの光電子スペクトルの測定結果 [15] を図 2.6 に示す. フェルミエネルギー付近で, 電子の状態密度がエネルギーのべき乗に従っていることがわかる. 低温の方がべき乗則がより明瞭に現れており, カーボンナノチューブと金とで明確に振る舞いが異なることも確認されている. これらの実験結果は, カーボンナノチューブの低エネルギー励起が朝永-ラッティンジャー液体で記述されていることを示している.

図 2.7 NMR による DWCNT の核スピン緩和時間の測定結果と理論曲線. 文献 [9] より引用. 赤い丸は磁場が  $H = 3.6$  T における測定結果, 赤い点線は理論曲線を, 青い実線は  $H = 9.3$  T における測定結果, 青い実線は理論曲線を表している. 右上のグラフは磁場を変化させた時のラッティンジャーパラメータ  $K_{s+}$  の測定結果を表しており, 黒い丸が  $K_c = 0.2$ , 赤い四角が  $K_c = 0.05$  の時に対応する.

図 2.8 NMR による核スピン緩和時間の測定結果. 文献 [10] より引用.

## 2.4 NMR による核スピン緩和時間の測定

同様のべき乗則は NMR による核スピン緩和時間の測定においても現れている. 2005 年に Singer らによって DWCNT に対して核スピンの縦緩和時間  $T_1$  の測定が行われた [11]. 図 2.7 で示されているように,  $H = 3.6$  T においては  $(T_1 T)^{-1}$  はおよそ  $T^{-0.43}$  に,  $H = 9.3$  T においてはおよそ  $T^{-0.33}$  に, それぞれ比例するという結果が得られた. 核磁気緩和率はカーボンナノチューブの局所動的 (横) 帯磁率  $\chi^\perp(\omega)$  を用いて,

$$\frac{1}{T_1 T} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\text{Im} \chi^\perp(\omega)}{\omega}, \quad (2.17)$$

と書き表され, その温度依存性のべき乗則はラッティンジャーパラメータ  $K_{c\pm}$ ,  $K_{s\pm}$  を用いて  $(2 + K_{c+} + K_{s+})/2 - 2$  で定まる [9]. よって核磁気緩和率は, 1 次元電子系の局所的な動的スピン帯磁率のべき乗則の性質を反映していると理解できる. なお, 図 2.7 にも示されているように, 低温でカーボンナノチューブのスピン励起にギャップが開き,  $(T_1 T)^{-1}$  が温度のべき乗則から従わなくなる. スピンギャップが開く現象は DWCNT 特有の現象であると考えられているが, その理由はまだわかっていない.

2010 年には井原らにより  $^{13}\text{C}$  濃縮 SWCNT 束試料がレーザーアブレーション法を用いて作成され, それに対しても同様に NMR による核スピン緩和時間の測定が行われた [10]. この実験では, 図 2.8 に示すように  $(T_1 T)^{-1}$  は  $T^{-0.66}$  に比例するという結果が得られた. しかしこれは DWCNT と同じ理論で説明しようとする,  $K_{c+} < 0$  を得てしまい不自然である. これに対し井原らは, フェルミエネルギー付近においては 2 つのディラック点を持ち 2 バンドの朝永ラッティンジャー液体として振る舞うという仮定が, SWCNT においては 2 つの電荷モードが分離するために成立せず 1 バンドの朝永ラッティンジャー液体として振る舞っている可能性を指摘した. この仮定のもとでは  $K_{c+}$  は 0.34 という妥当な値を取る. また, 井原らは DWCNT では温度のべき乗則が 50K 以上の領域では観測されなかったことについても, カーボンナノチューブの内壁と外壁の結合による微妙な次元の変化やキャリア密度の増加により電子間のクーロン相互作用が遮蔽され  $K_{c+}$  が 1 に等しいフェルミ気体状態が復元される可能性を指摘した.

## 2.5 本章のまとめ

本章ではカーボンナノチューブの物性について簡単にまとめ, 金属カーボンナノチューブで実現される朝永-ラッティンジャー液体の性質について述べた. 特に NMR による核スピン緩和時間の結果はカーボンナノチューブ中のスピン励起に関する情報を与える. 次章以降では, スピンポンピングによるカーボン

ナノチューブへのスピン注入を考察するが、ここでもスピン流の大きさはカーボンナノチューブ中のスピン励起に依存する。本研究の目的の一つは、スピンプンピングと NMR で温度依存性がどのように異なるか、明らかにすることである。

## 第3章

# スピンプンピングの定式化

本章では、強磁性絶縁体と非磁性金属を接合した系に静磁場を印加しマイクロ波を照射した際に、強磁性絶縁体から非磁性金属へとスピンの流れ込む現象（スピンプンピング）の微視的理論 [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24] を解説する。まず、3.1 節、3.2 節で非磁性金属および強磁性絶縁体の微視的ハミルトニアンをそれぞれ導入する。続いて 3.3 節で、強磁性絶縁体と非磁性金属との界面での交換相互作用を記述するハミルトニアンについて説明する。3.4 節では、交換相互作用項を摂動項として二次摂動でギルバート減衰を計算し、その値が非磁性金属のスピン帯磁率に比例することを示す。ここで用いた定式化は、次章以降のカーボンナノチューブへのスピンプンピングの理論にそのまま適用可能である。最後に 3.5 節で、通常の非磁性金属（3次元電子ガス模型）に対して具体的にギルバート減衰の増大を評価する。

### 3.1 非磁性金属

非磁性金属の微視的ハミルトニアンは以下のように与えられる:

$$H_{\text{NM}} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} (\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}. \quad (3.1)$$

ここで右下の添字の  $\mathbf{k}$  は電子の運動量,  $\sigma$  は電子のスピンなどの自由度を表す。  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  は電子のエネルギー分散,  $\mu$  は化学ポテンシャルである。  $c_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger, c_{\mathbf{k},\sigma}$  はそれぞれ電子の生成消滅演算子を表す。以下では簡単のため  $\xi_{\mathbf{k}} := \epsilon_{\mathbf{k}} - \mu$  を用いる。

電子の温度グリーン関数は以下の式で定義される:

$$g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \tau) := -\frac{1}{\hbar} \langle T_\tau c_{\mathbf{k}\sigma}(\tau) c_{\mathbf{k}\sigma'}^\dagger(0) \rangle, \quad (-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta). \quad (3.2)$$

ここで  $T_\tau$  は時間順序積であり、虚時間発展は以下のように定めた。

$$A_{\mathbf{k}\sigma}(\tau) := e^{H_{\text{NM}}\tau/\hbar} A_{\mathbf{k}\sigma} e^{-H_{\text{NM}}\tau/\hbar}. \quad (3.3)$$

なお、 $\beta$  は逆温度である。

電子はフェルミ粒子であることから、温度グリーン関数は以下の周期性を持つ:

$$g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \tau) = -g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \tau + \hbar\beta). \quad (3.4)$$

このため、 $0 < \tau < \hbar\beta$  の範囲で考えれば良い。式 (3.1) より、電子の生成消滅演算子の虚時間発展は以下のように表される:

$$c_{\mathbf{k}\sigma}(\tau) = e^{-\xi_{\mathbf{k}}\tau/\hbar} c_{\mathbf{k}\sigma}, \quad (3.5)$$

$$c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger(\tau) = e^{+\xi_{\mathbf{k}}\tau/\hbar} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger. \quad (3.6)$$

これを用いると電子の温度グリーン関数は  $0 < \tau < \hbar\beta$  の範囲で以下のように計算される:

$$g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \tau) = -\frac{1}{\hbar} e^{-\xi_{\mathbf{k}}\tau/\hbar} (1 - n_{\text{F}}(\xi_{\mathbf{k}})) \delta_{\sigma\sigma'}. \quad (3.7)$$

ここで,  $n_{\text{F}}(E) = (e^{\beta E} + 1)^{-1}$  はフェルミ分布関数である.

周期的境界条件からフーリエ変換は以下のように定義される:

$$g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \tau) = \frac{1}{\hbar\beta} \sum_n e^{-i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, i\omega_n) \quad (3.8)$$

$$g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, i\omega_n) = \int_0^{\hbar\beta} d\tau e^{i\omega_n\tau} g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \tau). \quad (3.9)$$

ここで,  $\omega_n = (2n+1)\pi/\hbar\beta$  ( $n$  は整数) はフェルミ粒子の松原振動数である. これを用いて, 式 (3.7) の温度グリーン関数は振動数表示で

$$g_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, i\omega_n) = \frac{\delta_{\sigma\sigma'}}{i\hbar\omega_n - \xi_{\mathbf{k}}}, \quad (3.10)$$

と表せる.

## 3.2 強磁性絶縁体

強磁性絶縁体のハミルトニアンは以下のハイゼンベルグ模型を用いる:

$$\begin{aligned} H_{\text{FI}} &= J \sum_{\langle i,j \rangle} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y + S_i^z S_j^z) - \hbar\gamma h_{dc} \sum_i S_i^z \\ &= J \sum_{\langle i,j \rangle} \left( S_i^x S_j^x + \frac{1}{2} (S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) \right) - \hbar\gamma h_{dc} \sum_i S_i^z. \end{aligned} \quad (3.11)$$

ただし  $\langle i, j \rangle$  の和は隣接する局在スピンのサイト間での和とする. また,  $\mathbf{S}_i = (S_i^x, S_i^y, S_i^z)$ ,  $S_i^{\pm}$  はそれぞれ強磁性絶縁体中の局在スピン演算子と局在スピンの昇降演算子を表す. 局在スピンの大きさは  $S_0$  とし ( $\mathbf{S}_i^2 = S_0(S_0+1)\hat{I}$ ),  $J (< 0)$  はスピン間の強磁性交換相互作用,  $\gamma$  は磁気回転比,  $h_{dc}$  は  $z$  軸方向に印加された静的磁場の大きさを表す.  $S_0 \gg 1$  かつ強磁性絶縁体の磁気転移温度よりも十分低い温度領域では, スピン波近似が有効である. スピン波近似では, まずマグノンの生成消滅演算子  $b_i^\dagger, b_i$  を用いてスピン演算子を,

$$S_i^- = b_i^\dagger (2S_0 - b_i^\dagger b_i)^{1/2}, \quad (3.12)$$

$$S_i^+ = (2S_0 - b_i^\dagger b_i)^{1/2} b_i, \quad (3.13)$$

$$S_i^z = S_0 - b_i^\dagger b_i, \quad (3.14)$$

と表す (Holstein-Primakoff 変換). ここで局在スピンの大きさ  $S_0$  が十分大きいことを仮定すると, この変換は以下の形に近似される:

$$S_i^- \simeq \sqrt{2S_0} b_i^\dagger \quad (3.15)$$

$$S_i^+ \simeq \sqrt{2S_0} b_i \quad (3.16)$$

$$S_i^z = S_0 - b_i^\dagger b_i. \quad (3.17)$$

これによってハミルトニアン (3.11) の第一項は以下のように変形される:

$$J \sum_{\langle i,j \rangle} \left( S_i^x S_j^x + \frac{1}{2} (S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) \right) \simeq \text{const.} + J \sum_{\langle i,j \rangle} S_0 (-b_i^\dagger b_i - b_j^\dagger b_j + b_i^\dagger b_j + b_j^\dagger b_i) \quad (3.18)$$

$$= \text{const.} + \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}}^0 b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}}. \quad (3.19)$$

ここで以下のフーリエ変換を用いた:

$$b_i = \frac{1}{\sqrt{N_{\text{FI}}}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} b_{\mathbf{k}} \quad (3.20)$$

$N_{\text{FI}}$  は局在スピンのサイト数である. また,  $\hbar \omega_{\mathbf{k}}^0$  は以下の式によって得られる:

$$\begin{aligned} \hbar \omega_{\mathbf{k}}^0 &= 2JS_0(3 - \cos(k_x a) - \cos(k_y a) - \cos(k_z a)) \\ &\simeq JS_0 a^2 \mathbf{k}^2 \equiv D\mathbf{k}^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

ここで強磁性絶縁体が三次元単純立方格子であることを仮定した. また,  $a$  は格子定数,  $D \equiv JS_0 a^2$  はスピン剛性率である. 式 (3.11) の第二項についても同様にフーリエ変換を用いて以下のように変形される:

$$-\hbar\gamma \sum_i S_i^z = \hbar\gamma \sum_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} + \text{const.} \quad (3.22)$$

以上より, 式 (3.11) はマグノンの生成消滅演算子を用いて以下のように簡略化される:

$$H_{\text{FI}} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} \quad (3.23)$$

$$\hbar \omega_{\mathbf{k}} = D\mathbf{k}^2 + \hbar\gamma h_{dc} \quad (3.24)$$

続いて, 以下で定義されるマグノンの温度グリーン関数を求める:

$$G_0(\mathbf{k}, \tau) := -\frac{1}{\hbar} \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^+(\tau) S_{\mathbf{k}}^-(0) \rangle, \quad (-\hbar\beta < \tau < \hbar\beta), \quad (3.25)$$

$$S_{\mathbf{k}}^\pm(\tau) = e^{H_{\text{FI}}\tau/\hbar} S_{\mathbf{k}}^\pm e^{-H_{\text{FI}}\tau/\hbar}. \quad (3.26)$$

式 (3.25) をマグノンの生成消滅演算子を用いて書き換えることで以下の式を得る:

$$G_0(\mathbf{k}, \tau) = -\frac{2S_0}{\hbar} \langle T_\tau b_{\mathbf{k}}(\tau) b_{\mathbf{k}}^\dagger(0) \rangle \quad (3.27)$$

マグノンはボーズ粒子であることから, 以下の境界条件を満たす:

$$G_0(\mathbf{k}, \tau + \hbar\beta) = G_0(\mathbf{k}, \tau), \quad (-\hbar\beta < \tau < 0). \quad (3.28)$$

また, マグノンの生成消滅演算子の虚時間発展は以下の式で表される:

$$b_{\mathbf{k}}(\tau) = e^{-\omega_{\mathbf{k}}\tau} b_{\mathbf{k}}, \quad (3.29)$$

$$b_{\mathbf{k}}^\dagger(\tau) = e^{\omega_{\mathbf{k}}\tau} b_{\mathbf{k}}^\dagger. \quad (3.30)$$

これらを用いると,  $0 < \tau < \hbar\beta$  において  $G_0(\mathbf{k}, \tau)$  は

$$G_0(\mathbf{k}, \tau) = -\frac{2S_0}{\hbar} e^{-\omega_{\mathbf{k}}\tau} \langle b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger \rangle = -\frac{2S_0}{\hbar} e^{-\omega_{\mathbf{k}}\tau} (1 + n_{\text{B}}(\hbar\omega_{\mathbf{k}})). \quad (3.31)$$

ここで  $n_B(E) = 1/(e^{\beta E} - 1)$  はボーズ分布関数である。ボゾンの松原振動数  $\omega_n = 2n\pi/\hbar\beta$  を用いてフーリエ変換を行うことで、

$$\begin{aligned} G_0(\mathbf{k}, i\omega_n) &= \int_0^{\hbar\beta} d\tau G_0(\mathbf{k}, \tau) e^{i\omega_n \tau} = -\frac{2S_0}{\hbar} (1 + n_B(\epsilon_{\mathbf{k}})) \left[ \frac{e^{i\omega_n \tau - \omega_{\mathbf{k}} \tau}}{i\omega_n - \omega_{\mathbf{k}}} \right]_0^{\hbar\beta} \\ &= \frac{2S_0/\hbar}{i\omega_n - \omega_{\mathbf{k}}}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

を得る。この温度グリーン関数を  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  と解析接続することで、遅延グリーン関数を得る。従って、マグノンの遅延グリーン関数は以下の式になる：

$$G_0^R(\mathbf{k}, \omega) = G_0(\mathbf{k}, i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta) = \frac{2S_0/\hbar}{\omega - \omega_{\mathbf{k}} + i\delta}. \quad (3.33)$$

実際には強磁性体中の局在スピンのみならず、マグノン同士の散乱やフォノンとの散乱によるスピン緩和過程が存在する。この効果は無次元量であるギルバート減衰定数  $\alpha_G$  を用いて、マグノンの遅延グリーン関数を

$$G_0^R(\mathbf{k}, \omega) = \frac{2S_0/\hbar}{\omega - \omega_{\mathbf{k}} + i\alpha_G \omega}, \quad (3.34)$$

と記述することによって、現象論的に導入する。この定数  $\alpha_G$  がギルバート減衰の幅に比例することは以下の議論によって確かめられる。強磁性絶縁体は振動数  $\omega$  のマイクロ波を照射されることで波数  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  のマグノンが励起される。定常状態においては、強磁性絶縁体がマイクロ波から受け取るエネルギーとスピン緩和過程によって失うエネルギーが等しくなっているため、マイクロ波の吸収強度は

$$\begin{aligned} -\text{Im} G_0^R(\mathbf{k} = \mathbf{0}, \omega) &= \frac{2S_0}{\hbar} \frac{\alpha_G \omega}{(\omega - \omega_0)^2 + (\alpha_G \omega)^2} \\ &\simeq \frac{2S_0}{\hbar} \frac{\alpha_G \omega_0}{(\omega - \omega_0)^2 + (\alpha_G \omega_0)^2}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

に比例する。ここで最後の式変形では、 $\alpha_G \ll 1$  を仮定し、共鳴ピークが十分鋭いことを仮定した。このとき、マイクロ波の吸収スペクトルは振動数  $\omega_0$  にピークを持ち、その半値幅は  $\alpha_G \omega_0$  に比例するローレンツ型スペクトルになる。

### 3.3 界面相互作用

続いて界面における交換相互作用を導入する。これは以下のハミルトニアンによって記述する：

$$H_{\text{int}} = \sum_i J_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}_i = \sum_i J_i (S_i^x s_i^x + S_i^y s_i^y + S_i^z s_i^z). \quad (3.36)$$

$i$  は交換相互作用の生じるボンドを指定する添字である。以降では強磁性絶縁体中の局在スピンは  $z$  方向を向いているとし、 $S_i^z$  を自発磁化  $\langle S_i^z \rangle = S_0$  で近似する。これによって上式のハミルトニアンは

$$H_{\text{int}} \simeq \sum_i J_i (S_i^x s_i^x + S_i^y s_i^y + S_0 s_i^z), \quad (3.37)$$

となる。交換バイアスの効果を表す第3項は十分小さいとして無視し、フーリエ変換を行って以下を得る：

$$H_{\text{int}} \simeq \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} (T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} S_{\mathbf{k}}^+ s_{\mathbf{q}}^- + T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}^* S_{\mathbf{k}}^- s_{\mathbf{q}}^+). \quad (3.38)$$

ここでは、接合面が乱れており交換相互作用において波数が保存しない場合 ( $\mathbf{k} \neq \mathbf{q}$ ) も含めて考えた。  $T_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  は界面相互作用の強さを表す定数、  $s_{\mathbf{q}}^{\pm}$  は以下のように定義される非磁性金属中の電子スピンの生成消滅演算子である:

$$s_{\mathbf{q}}^{\pm} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} (\hat{\sigma}^{\pm})_{\sigma\sigma'} c_{\mathbf{k}\pm\mathbf{q}\sigma'}. \quad (3.39)$$

ここで  $c_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger}$ ,  $c_{\mathbf{k}\sigma}$  は電子の生成消滅演算子、  $\hat{\sigma}^{\pm}$  は以下のように定義されるスピン昇降演算子である:

$$\hat{\sigma}^{+} = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

$$\hat{\sigma}^{-} = \hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.41)$$

これらを代入すると、  $s_{\mathbf{q}}^{\pm}$  は

$$s_{\mathbf{q}}^{+} = \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}, \quad (3.42)$$

$$s_{\mathbf{q}}^{-} = \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\uparrow}, \quad (3.43)$$

となる。

### 3.4 ギルバート減衰の増大

前項で導入した界面相互作用項を摂動項として取り入れ、マイクロ波の吸収スペクトルをマグノンの遅延グリーン関数を計算することで求める。マグノンの温度グリーン関数は以下のように定義される:

$$G(\mathbf{k}, \tau) := -\frac{1}{\hbar} \langle \mathcal{T}_{\tau} S_{H,\mathbf{k}}^{+}(\tau) S_{H,\mathbf{k}}^{-}(0) \rangle, \quad (3.44)$$

$$S_{H,\mathbf{k}}^{\pm}(\tau) := e^{H\tau/\hbar} S_{\mathbf{k}}^{\pm} e^{-H\tau/\hbar}. \quad (3.45)$$

ここで  $H_{int}$  についての摂動展開は形式的に以下のように表せる:

$$G(\mathbf{k}, \tau) := -\frac{1}{\hbar} \left\langle \mathcal{T}_{\tau} S_{I,\mathbf{k}}^{+}(\tau) S_{I,\mathbf{k}}^{-}(0) \exp \left( -\frac{1}{\hbar} \int_0^{\hbar\beta} d\tau' H_{I,int}(\tau') \right) \right\rangle_c. \quad (3.46)$$

演算子の右下の添字  $H, I$  はそれぞれハイゼンベルグ描像、相互作用描像の演算子であることを表す。また、期待値の右下の添字  $c$  は connected diagram のみを計算することを表す。

相互作用描像の演算子の虚時間発展は以下のように表せる:

$$S_{I,\mathbf{k}}^{\pm}(\tau) := e^{H_0\tau/\hbar} S_{\mathbf{k}}^{\pm} e^{-H_0\tau/\hbar}, \quad (3.47)$$

$$H_{I,int}(\tau) := e^{H_0\tau/\hbar} H_{int} e^{-H_0\tau/\hbar}. \quad (3.48)$$

ただし  $H_0$  は  $H_0 := H_{NM} + H_{FI}$  で定めた非摂動ハミルトニアンである。以降の計算では相互作用描像の演算子しか現れないことから、右下の添字  $I$  は省略する。摂動展開において、マグノンの生成消滅演算子が奇数個現れる次数の期待値は0となるので、摂動項が0とならない最低次の項は二次の項である。二次

摂動項を  $\delta G$  と書くと,

$$G(\mathbf{k}, \tau) = G_0(\mathbf{k}, \tau) + \delta G(\mathbf{k}, \tau) \quad (3.49)$$

$$G_0(\mathbf{k}, \tau) = -\frac{1}{\hbar} \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^+(\tau) S_{\mathbf{k}}^-(0) \rangle = -\frac{2S_0}{\hbar} e^{-\omega_{\mathbf{k}}\tau} (1 + n_B(\epsilon_{\mathbf{k}})) \quad (3.50)$$

$$\delta G(\mathbf{k}, \tau) = \frac{1}{2!} \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^+(\tau) S_{\mathbf{k}}^-(0) H_{\text{int}}(\tau_1) H_{\text{int}}(\tau_2) \rangle_c \quad (3.51)$$

と表せる.  $\delta G$  は  $H_{\text{int}}$  を代入すると以下のように表せる:

$$\begin{aligned} \delta G(\mathbf{k}, \tau) &= \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2} T_{\mathbf{k}_1, \mathbf{q}_1} T_{\mathbf{k}_2, \mathbf{q}_2}^* \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\quad \times \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^+(\tau) S_{\mathbf{k}_2}^-(\tau_2) \rangle_0 \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^-(0) S_{\mathbf{k}_1}^+(\tau_1) \rangle_0 \langle T_\tau s_{\mathbf{q}_1}^-(\tau_1) s_{\mathbf{q}_2}^+(\tau_2) \rangle_0. \end{aligned} \quad (3.52)$$

式変形の途中では, 和の変数および積分変数の入れ替え ( $\mathbf{k}_1 \leftrightarrow \mathbf{k}_2, \mathbf{q}_1 \leftrightarrow \mathbf{q}_2, \tau_1 \leftrightarrow \tau_2$ ) によって式をまとめ, Bloch-De Dominicis の定理を用いて connected diagram の期待値を縮約した.  $H_0$  の並進対称性から, 期待値は 2 つの演算子の波数が等しい時のみ 0 でない値を取るため以下のように変形される:

$$\begin{aligned} \delta G(\mathbf{k}, \tau) &= \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \sum_{\mathbf{q}} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2 \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\quad \times \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^+(\tau) S_{\mathbf{k}}^-(\tau_2) \rangle_0 \langle T_\tau S_{\mathbf{k}}^+(\tau_1) S_{\mathbf{k}}^-(0) \rangle_0 \langle T_\tau s_{\mathbf{q}}^-(\tau_1) s_{\mathbf{q}}^+(\tau_2) \rangle_0 \\ &= \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 d\tau_2 G_0(\mathbf{k}, \tau - \tau_2) \Sigma(\mathbf{k}, \tau_2 - \tau_1) G_0(\mathbf{k}, \tau_1), \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\Sigma(\mathbf{k}, \tau) = -\sum_{\mathbf{q}} \frac{|T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2}{\hbar} \langle T_\tau s_{\mathbf{q}}^+(\tau) s_{\mathbf{q}}^-(0) \rangle_0. \quad (3.54)$$

ここで  $\Sigma(\mathbf{k}, \tau)$  はマグノンの自己エネルギーであり, 非磁性金属における動的スピン帯磁率によって記述されることがわかる.

この二次摂動の自己エネルギーを用いると, マグノンのグリーン関数はダイソン方程式によって,

$$G(\mathbf{k}, i\omega_n) = \frac{1}{G_0(\mathbf{k}, i\omega_n)^{-1} - \Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n)}, \quad (3.55)$$

と求められる. この式を解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行った上で非摂動グリーン関数の値を代入することでマグノンのグリーン関数は

$$\begin{aligned} G^R(\mathbf{k}, \omega) &= \frac{2S_0/\hbar}{\omega - \omega_{\mathbf{k}} + i\alpha_G\omega - \frac{2S_0}{\hbar}\Sigma^R(\mathbf{k}, \omega)} \\ &\simeq \frac{2S_0/\hbar}{\omega - \omega_{\mathbf{k}} + i(\alpha_G + \delta\alpha_G)\omega}, \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\delta\alpha_G(\omega) = -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma^R(\mathbf{k} = \mathbf{0}, \omega), \quad (3.57)$$

と求められる.  $\delta\alpha_G(\omega)$  はギルバート減衰の増大を記述しており, マグノンの自己エネルギーが電子のスピン帯磁率に比例することと合わせて, ギルバート減衰の増大は電子のスピン帯磁率に比例することがわかる. なお, 自己エネルギーの実部  $\text{Re} \Sigma^R$  はマイクロ波吸収スペクトルのピークのエネルギーシフトを表すが, 今回はギルバート減衰の増大のみを考察するため無視した.

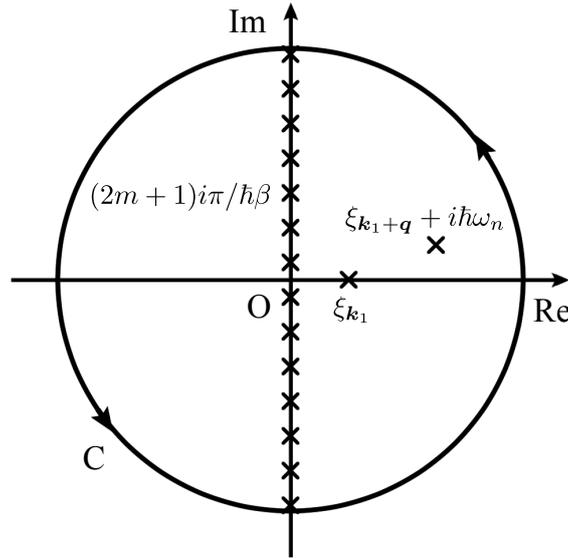


図 3.1 (3.60) 式中の積分領域

### 3.5 自己エネルギーの計算

マグノンの自己エネルギーは、非磁性金属中の電子のグリーン関数を用いて以下のように表される:

$$\Sigma(\mathbf{k}, \tau) = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{q}} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2 \hbar g(\mathbf{k}_1, -\tau) g(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}, \tau). \quad (3.58)$$

これより、松原振動数表示の自己エネルギーは

$$\Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n) = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{q}} \sum_{\omega_m} \frac{|T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2}{\beta} \frac{1}{i\hbar\omega_m - \xi_{\mathbf{k}}} \frac{1}{i\hbar(\omega_m + \omega_n) + \xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}}}, \quad (3.59)$$

となる。ただし  $\sum_{\omega_m}$  はフェルミ粒子の松原振動数  $\omega_m = (2m + 1)\pi/\hbar\beta$  ( $m$  は整数) についての和を表す。これを複素積分に置き換えることで和を計算する。フェルミ分布関数  $n_F(\hbar z) = (e^{\hbar\beta z} + 1)^{-1}$  は  $z = i\omega_m$  に 1 位の極を持ち、その留数は  $-(\hbar\beta)^{-1}$  である。図 3.1 のような積分路  $C$  上での複素積分を考えると、

$$\begin{aligned} & -|T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2 \hbar \oint_C dz \frac{1}{2\pi i} n_F(z) \frac{1}{z - \xi_{\mathbf{k}_1}} \frac{1}{z - i\hbar\omega_n - \xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}}} \\ & = \Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n) + (1 \text{ 位の極 } z = \xi_{\mathbf{k}_1} \text{ による寄与}) + (1 \text{ 位の極 } z = \xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}} + i\hbar\omega_n \text{ による寄与}), \end{aligned} \quad (3.60)$$

となる。外周の円の半径  $R$  が十分大きいとき経路  $C$  での複素積分はゼロになるので、自己エネルギーは以下のように計算される:

$$\begin{aligned} \Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n) & = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{q}} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2 \hbar \frac{n_F(\xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}} + i\hbar\omega_n) - n_F(\xi_{\mathbf{k}_1})}{i\hbar\omega_n + \xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}} - \xi_{\mathbf{k}_1}} \\ & = \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{q}} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2 \hbar \frac{n_F(\xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}}) - n_F(\xi_{\mathbf{k}_1})}{i\hbar\omega_n + \xi_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}} - \xi_{\mathbf{k}_1}}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

ここで解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  ( $\delta$  は微小な正実数) によって以下を得る:

$$\begin{aligned}\Sigma^R(\mathbf{k}, \omega) &= -\sum_{\mathbf{q}} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}|^2 \hbar V \chi^R(\mathbf{q}, \omega), \\ \chi^R(\mathbf{q}, \omega) &= -\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}_1} \frac{n_F(\xi_{\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}) - n_F(\xi_{\mathbf{k}_1})}{\hbar\omega + \xi_{\mathbf{k}_1+\mathbf{q}} - \xi_{\mathbf{k}_1} + i\delta}.\end{aligned}\quad (3.62)$$

$\chi^R(\mathbf{q}, \omega)$  は (相互作用のない) 3次元電子ガスの動的スピン帯磁率を表し、リンドハート関数と呼ばれる。

ここで、接合界面がクリーンな場合と乱れた場合について具体的にギルバート減衰の増大を計算する。クリーンな接合界面の場合には、界面において運動量に変化しない散乱のみが行われる。すなわち  $|T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}| = |T|^2 \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{0}}$  ( $T$  は定数) と出来るので、ギルバート減衰の増大は

$$\begin{aligned}\delta\alpha_G(\omega) &= -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma^R(\mathbf{k} = \mathbf{0}, \omega) \\ &= \frac{2S_0 V}{\omega} |T|^2 \text{Im} \chi^R(\mathbf{0}, \omega) = 0\end{aligned}\quad (3.63)$$

となる。一方、乱れた接合界面の場合には  $T_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} = T$  ( $=$  一定) として、ギルバート減衰の増大は

$$\begin{aligned}\delta\alpha_G(\omega) &= -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma^R(\mathbf{k} = \mathbf{0}, \omega) \\ &= \frac{2S_0 V}{\omega} |T|^2 \sum_{\mathbf{q}} \text{Im} \chi^R(\mathbf{q}, \omega) \\ &= -\frac{2S_0}{\omega} |T|^2 \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \text{Im} \frac{n_F(\xi_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) - n_F(\xi_{\mathbf{k}})}{\hbar\omega + \xi_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \xi_{\mathbf{k}} + i\delta},\end{aligned}\quad (3.64)$$

となる。ここで以下の公式が成り立つ:

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} f(\xi_{\mathbf{k}}) \simeq D(\varepsilon_F) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_{\mathbf{k}} f(\xi_{\mathbf{k}}),\quad (3.65)$$

ただし、 $\varepsilon_F$  はフェルミエネルギー、 $D(\varepsilon)$  はエネルギー  $\varepsilon$  における単位体積あたりの状態密度をそれぞれ表す。これを用いると

$$\begin{aligned}\delta\alpha_G(\omega) &\simeq -\frac{2S_0 |T|^2 V^2 D^2(\varepsilon_F)}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 \text{Im} \frac{n_F(\xi_1) - n_F(\xi_2)}{\hbar\omega + \xi_1 - \xi_2 + i\delta} \\ &= \frac{2\pi S_0 |T|^2 V^2 D^2(\varepsilon_F)}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 (n_F(\xi_1) - n_F(\xi_2)) \delta(\hbar\omega + \xi_1 - \xi_2) \\ &= \frac{2\pi S_0 |T|^2 V^2 D^2(\varepsilon_F)}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 (n_F(\xi_1) - n_F(\hbar\omega + \xi_1)) \\ &= 2\pi \hbar S_0 |T|^2 V^2 D^2(\varepsilon_F)\end{aligned}\quad (3.66)$$

を得る。このように界面の状態によって、ギルバート減衰定数の増大の様子が異なってくる。

### 3.6 本章のまとめ

本章では、過去の理論研究 [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24] に従い、強磁性絶縁体と非磁性金属の接合を用いたスピンポンピングを考察した。また、ギルバート減衰の増大は非磁性金属の動的スピン帯磁率によって決まることを示し、3次元電子ガス模型に対して具体的な計算を行った。強磁性絶縁体とカーボンナノチューブの接合でのスピンポンピングでも同様の定式化が可能であるが、カーボンナノチューブに

対する動的スピン帯磁率を計算しておく必要がある。カーボンナノチューブの低エネルギー励起は朝永ラッティンジャー液体で記述されているため、動的スピン帯磁率の計算は通常の3次元電子ガス模型とは異なる。

次章以降では、カーボンナノチューブを相互作用のある一次元電子系として記述し、ボゾン化の手法を用いて動的スピン帯磁率を計算する。この結果を用いて、カーボンナノチューブへのスピンポンピングの温度依存性に朝永ラッティンジャー液体の性質がどのように現れるかを考察する。

## 第4章

# カーボンナノチューブの定式化

本章では、カーボンナノチューブの微視的模型を導入し、その動的スピン帯磁率を計算することで、スピンプンピング実験におけるギルバート減衰の増大を評価する。まず、4.1節でカーボンナノチューブのハミルトニアンを導入する。続いて、4.2節で相互作用のある一次元電子系の微視的解析に用いられる手法であるボゾン化の方法 [25, 26] をカーボンナノチューブに適用する。その後 4.3節で、接合面が清浄な場合、および、接合面が乱雑な場合のギルバート減衰項の表式を導き、4.4節で相関関数の具体的な表式を求める。最後に、ギルバート減衰の増大について 4.5節、4.6節でそれぞれ接合面が清浄な場合、接合面が乱雑な場合の具体的な計算を行う。

### 4.1 カーボンナノチューブの微視的模型

カーボンナノチューブ中の電子は、運動量の大きさ  $k = |\mathbf{k}|$  と、進行方向  $r$  ( $r = L/R$ ,  $L$ : 左向きに進む電子,  $R$ : 右向きに進む電子),  $K$  点と  $K'$  点から来るバレーの自由度  $\alpha$  ( $\alpha = \pm$ ), および、スピンの自由度  $\sigma$  ( $\sigma = \pm$ ) によって指定することができる。これを踏まえて、カーボンナノチューブ中の電子の生成消滅演算子を、 $c_{k,r\alpha\sigma}^\dagger, c_{k,r\alpha\sigma}$  と書き表す。これを用いてカーボンナノチューブの電子の場の演算子を以下のように定める:

$$\Psi_{r\alpha\sigma}(x) = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^{1/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-ikx} c_{k,r\alpha\sigma}. \quad (4.1)$$

ここで  $L$  はカーボンナノチューブの長さである。また、電子の密度演算子を以下のように定める:

$$\rho(x) = \sum_{r\alpha\sigma} \Psi_{r\alpha\sigma}^\dagger(x) \Psi_{r\alpha\sigma}(x). \quad (4.2)$$

以上を用いて一次元金属系であるカーボンナノチューブのハミルトニアン  $H_{\text{NM}}$  を運動エネルギー項  $H_{\text{K}}$  と Coulomb 相互作用による前方散乱項  $H_{\text{C}}$  の和として定める:

$$H_{\text{NM}} = H_{\text{K}} + H_{\text{C}}, \quad (4.3)$$

$$H_{\text{K}} = -iv_{\text{F}} \int dx \sum_{r\alpha\sigma} r \Psi_{r\alpha\sigma}^\dagger(x) \partial_x \Psi_{r\alpha\sigma}(x), \quad (4.4)$$

$$H_{\text{C}} = \frac{1}{2} \int dx \int dy \rho(x) V(x-y) \rho(y), \quad (4.5)$$

ここで  $v_{\text{F}}$  はフェルミ速度,  $V(x)$  は (遮蔽された) クーロン相互作用ポテンシャルである。

## 4.2 ボゾン化

本節では、前節で定義したカーボンナノチューブの演算子を、一次元ボゾン系の演算子を使って書き換える (ボゾン化法)。

まず、電子の生成消滅演算子を組み合わせることで、ボゾンの交換関係を満たす演算子を構成する。自然数  $n_q$  を用いて、以下のような演算子を定義する:

$$b_{q,r\alpha\sigma} = -\frac{i}{\sqrt{n_q}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{k-q,r\alpha\sigma}^\dagger c_{k,r\alpha\sigma}, \quad \left(q = \frac{2\pi}{L}n_q > 0\right). \quad (4.6)$$

この演算子は以下の交換関係を満たすことから [25], ボゾン粒子の生成消滅演算子とみなすことができる:

$$[b_{q,r\alpha\sigma}, b_{q',r'\alpha'\sigma'}] = [b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger, b_{q',r'\alpha'\sigma'}^\dagger] = 0, \quad (4.7)$$

$$[b_{q,r\alpha\sigma}, b_{q',r'\alpha'\sigma'}^\dagger] = \delta_{rr'}\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{qq'}. \quad (4.8)$$

これを用いてボゾンの場の演算子を以下のように定める:

$$\tilde{\phi}_{r\alpha\sigma}(x) = -\sum_{n_q \in \mathbb{Z}_+} \frac{1}{\sqrt{n_q}} e^{-aq/2} [e^{\mp iqx} b_{q,r\alpha\sigma} + e^{\pm iqx} b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger]. \quad (4.9)$$

ここで  $a$  は格子間隔程度の大きさを持つ短距離カットオフを表す。

新しい場の演算子を、ボゾン場の線形結合によって以下のように導入する:

$$\theta_{\alpha\sigma}(x) := \frac{1}{2} [\tilde{\phi}_{L\alpha\sigma}(x) - \tilde{\phi}_{R\alpha\sigma}(x)], \quad (4.10)$$

$$\phi_{\alpha\sigma}(x) := \frac{1}{2} [\tilde{\phi}_{L\alpha\sigma}(x) + \tilde{\phi}_{R\alpha\sigma}(x)]. \quad (4.11)$$

このとき,

$$[\phi_{\alpha\sigma}(x), \theta_{\alpha'\sigma'}(y)] = -\frac{i\pi}{2} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\sigma\sigma'} \Theta(x-y) \quad (4.12)$$

が成り立つ。ここで  $\Theta(x) = x/|x|$  である。

これらのボゾン場の演算子を用いて、電子の場の演算子は

$$\Psi_{r\alpha\sigma}(x) = \frac{\eta_{r\alpha\sigma}}{\sqrt{2\pi a}} \exp\{[i(q_F r + k_F \alpha)x + i(-r\theta_{\alpha\sigma}(x) + \phi_{\alpha\sigma}(x))]\}, \quad (4.13)$$

と書くことができる [25]。ただし、 $\eta_{r\alpha\sigma}$  は Klein 因子、 $k_F$  はドーピングされていないグラフェンのフェルミ波数、 $q_F$  はキャリアドーピングによるフェルミ波数の変化を表し、 $|q_F| \ll k_F$  を満たす。本研究ではクライン因子は最終結果に影響を与えないので、以下の議論では無視する。また式 (4.13) を

$$\Psi_{r\alpha\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{i(q_F r + k_F \alpha)x} \psi_{r\alpha\sigma}(x), \quad (4.14)$$

$$\psi_{r\alpha\sigma}(x) = e^{i(-r\theta_{\alpha\sigma}(x) + \phi_{\alpha\sigma}(x))}, \quad (4.15)$$

と書き直し、以下の計算では  $\psi_{r\alpha\sigma}(x)$  を用いる。ここで  $\psi_{r\alpha\sigma}(x)$  はフェルミ波長よりも緩やかに変化する部分を表す。

ハミルトニアンを簡潔にするために、対称・非対称モード  $\delta$  ( $= \pm$ )、および、電荷・スピンモード  $j$  ( $= c, s$ ) によって書き換える:

$$2\theta_{\alpha\sigma} = \theta_{c+} + \sigma\theta_{s+} + \alpha\theta_{c-} + \alpha\sigma\theta_{s-}, \quad (4.16)$$

$$2\phi_{\alpha\sigma} = \phi_{c+} + \sigma\phi_{s+} + \alpha\phi_{c-} + \alpha\sigma\phi_{s-}. \quad (4.17)$$

これらの場の演算子を用いると、カーボンナノチューブのハミルトニアンは以下のように表される [25, 26, 27]:

$$H_{\text{NM}} = H_{\text{K}} + H_{\text{C}} = \sum_{j,\delta} \frac{v_{j\delta}}{2\pi} \int dx [K_{j\delta}^{-1} (\partial_x \theta_{j\delta}(x))^2 + K_{j\delta} (\partial_x \phi_{j\delta}(x))^2], \quad (4.18)$$

ここで  $K_{j\delta}$  は相互作用を表す Luttinger パラメータで、 $K_{j\delta} = 1$  で相互作用がない場合に対応し、 $K_{j\delta} < 1$  で斥力の相互作用、 $K_{j\delta} > 1$  で引力的相互作用を表す。また、 $v_{j\delta}$  は  $v_{j\delta} = v_F / K_{j\delta}$  で与えられる。ハミルトニアンの式 (4.18) の詳しい導出方法は付録 A で与えられる。

次にハミルトニアンをボゾンの生成消滅演算子  $b_{q,rj\delta}^\dagger, b_{q,rj\delta}$  を用いて書き直すと、以下ようになる:

$$H_{\text{NM}} = \sum_{j,\delta} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{K_{j\delta}} + K_{j\delta} \right) \sum_q v_{\text{F}q} b_{q,rj\delta}^\dagger b_{q,rj\delta} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{K_{j\delta}} - K_{j\delta} \right) \sum_q v_{\text{F}q} (b_{q,Rj\delta} b_{q,Lj\delta} + b_{q,Rj\delta}^\dagger b_{q,Lj\delta}^\dagger) \right]. \quad (4.19)$$

このハミルトニアンは、Bogoliubov 変換によって対角化することができる。具体的には、新しいボゾンの生成消滅演算子

$$B_{q,\pm j\delta} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{K_{j\delta}}} + \sqrt{K_{j\delta}} \right) (b_{q,Lj\delta} \mp b_{q,Rj\delta}) \pm \left( \frac{1}{\sqrt{K_{j\delta}}} - \sqrt{K_{j\delta}} \right) (b_{q,Lj\delta}^\dagger \mp b_{q,Rj\delta}^\dagger) \right], \quad (4.20)$$

$$B_{q,\pm j\delta}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{8}} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{K_{j\delta}}} + \sqrt{K_{j\delta}} \right) (b_{q,Lj\delta}^\dagger \mp b_{q,Rj\delta}^\dagger) \pm \left( \frac{1}{\sqrt{K_{j\delta}}} - \sqrt{K_{j\delta}} \right) (b_{q,Lj\delta} \mp b_{q,Rj\delta}) \right], \quad (4.21)$$

を導入する。これらの演算子は、以下の交換関係を満たす:

$$[B_{q,\nu j\delta}, B_{q',\nu' j'\delta'}] = [B_{q,\nu j\delta}^\dagger, B_{q',\nu' j'\delta'}^\dagger] = 0, \quad (4.22)$$

$$[B_{q,\nu j\delta}, B_{q',\nu' j'\delta'}^\dagger] = \delta_{\nu\nu'} \delta_{jj'} \delta_{\delta\delta'} \delta_{qq'}. \quad (4.23)$$

新しいボゾンの生成消滅演算子を用いて、ハミルトニアンは以下のように書き直すことができる:

$$H_{\text{NM}} = \sum_{j,\delta} \sum_{\nu=\pm} \sum_q v_{\text{F}q} B_{q,\nu j\delta}^\dagger B_{q,\nu j\delta}. \quad (4.24)$$

### 4.3 自己エネルギーの定義

第3章で導入した界面での交換相互作用のハミルトニアンを、ここでも考えることができる。ただし、電子系は一次元系であり、連続体近似を用いている点が異なる。よって、界面相互作用のハミルトニアンとし

て、以下の形を考える:

$$H_{\text{int}} = \sqrt{2S_0}b_0\tilde{s}^- + \sqrt{2S_0}b_0^\dagger\tilde{s}^+, \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \tilde{s}^- &= \frac{1}{\sqrt{N_{\text{FI}}}} \sum_{r,r'} \sum_{\alpha,\alpha'} \int_0^W dx J(x) \Psi_{r\alpha-}^\dagger(x) \Psi_{r'\alpha'+}(x) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N_{\text{FI}}}} \sum_{r,r'} \sum_{\alpha,\alpha'} \int_0^W dx J(x) e^{-i(\alpha-\alpha')k_{\text{F}}x - i(r-r')q_{\text{F}}x} \psi_{r\alpha-}^\dagger(x) \psi_{r'\alpha'+}(x), \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\tilde{s}^+ = (\tilde{s}^-)^\dagger, \quad (4.27)$$

となる ( $W$  は接合の長さ). この式は連続体近似を用いているため,  $L \gg q_{\text{F}}^{-1}, k_{\text{F}}^{-1}$  が仮定されており,  $1/\sqrt{N_{\text{FI}}}$  の因子はマグノンの生成消滅演算子のフーリエ変換によって現れる.  $J(x)$  はエネルギーの次元をもっており, 位置  $x$  での界面交換相互作用を表す.  $J(x)$  は界面での乱れの効果も含んでおり, あとでマグノンの自己エネルギーの評価の際にランダム平均を取ることにする.

界面での交換相互作用の二次摂動を考えると, 前章と同様の議論からギルバート減衰の増大は, マグノンの自己エネルギー  $\Sigma^R(\omega)$  と自発磁化  $\langle S_i^z \rangle = S_0$  を用いて

$$\delta\alpha_{\text{G}} = -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma^R(\omega), \quad (4.28)$$

と書き表せる. さらに  $\alpha_{\text{G}} + \delta\alpha_{\text{G}} \ll 1$  と仮定すると, ギルバート減衰の増大は

$$\delta\alpha_{\text{G}} \simeq -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma(\omega_0), \quad (4.29)$$

と共鳴振動数  $\omega_0$  での自己エネルギーで表される. 2次摂動の範囲では

$$\Sigma^R(\omega) = \int dt \Sigma^R(t) e^{i\omega t}, \quad (4.30)$$

$$\Sigma^R(t) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [\tilde{s}^+(t), \tilde{s}^-(0)] \rangle \quad (4.31)$$

となる. ここで  $\theta(t)$  は階段関数である. 式 (4.26), 式 (4.27) を代入すると,

$$\begin{aligned} \Sigma^R(t) &= -\frac{i\theta(t)}{\hbar N_{\text{FI}}} \int dx \int dy \langle J(x) J(y) \rangle_{\text{imp}} \sum_{r,r',r'',r'''} \sum_{\alpha,\alpha',\alpha'',\alpha'''} e^{-i(\alpha-\alpha')k_{\text{F}}x - i(r-r')q_{\text{F}}x} \\ &\quad \times e^{-i(\alpha''-\alpha''')k_{\text{F}}y - i(r''-r''')q_{\text{F}}y} \langle [\psi_{r\alpha,+}^\dagger(x,t) \psi_{r'\alpha',-}(x,t), \psi_{r''\alpha'',-}^\dagger(y,0) \psi_{r'''\alpha''',+}(y,0)] \rangle_c, \end{aligned} \quad (4.32)$$

となる. ここで  $\langle \dots \rangle_{\text{imp}}$  は不純物平均を表す. カーボンナノチューブのハミルトニアンは, ブランチ  $(r, \alpha)$  内の電子数を保存するので, 同じブランチ  $(r, \alpha)$  に対して生成・消滅演算子が一つずつ書けられているパートのみ残る. よって,

$$\begin{aligned} \Sigma^R(t) &= -\frac{i\theta(t)}{\hbar N_{\text{FI}}} \int dx \int dy \langle J(x) J(y) \rangle_{\text{imp}} \\ &\quad \times \sum_{r,r'} \sum_{\alpha,\alpha'} e^{-i(\alpha-\alpha')k_{\text{F}}(x-y) - i(r-r')q_{\text{F}}(x-y)} C_{r\alpha r' \alpha'}(x, y, t), \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$C_{r\alpha r' \alpha'}(x, y, t) = \langle [\psi_{r\alpha,+}^\dagger(x,t) \psi_{r'\alpha',-}(x,t), \psi_{r'\alpha',-}^\dagger(y,0) \psi_{r\alpha,+}(y,0)] \rangle_0, \quad (4.34)$$

と計算される.

ここで、界面での交換相互作用  $J(x)$  の不純物平均について簡単な仮定を導入する。具体的には

$$\langle J(x) \rangle_{\text{imp}} = J_1, \quad (4.35)$$

$$\langle \delta J(x) \delta J(y) \rangle_{\text{imp}} = J_2^2 a \delta(x - y), \quad (4.36)$$

であるとする ( $a$  は格子定数). ここで  $\delta J(x) = J(x) - \langle J(x) \rangle_{\text{imp}} = J(x) - J_1$  である. これを用いると,

$$\langle J(x) J(y) \rangle_{\text{imp}} = J_1^2 + J_2^2 a \delta(x - y), \quad (4.37)$$

となる. これより,

$$\Sigma^R(t) = \Sigma_1^R(t) + \Sigma_2^R(t), \quad (4.38)$$

$$\Sigma_1^R(t) = -i\theta(t) \frac{2S_0 J_1^2}{\hbar N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \int_0^W dy \sum_{r,r'} \sum_{\alpha,\alpha'} e^{-i(\alpha-\alpha')k_{\text{F}}(x-y) - i(r-r')q_{\text{F}}(x-y)} C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t), \quad (4.39)$$

$$\Sigma_2^R(t) = -i\theta(t) \frac{2S_0 J_2^2 a}{\hbar N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \sum_{r,r'} \sum_{\alpha,\alpha'} C_{r\alpha r'\alpha'}(x, x, t), \quad (4.40)$$

となる. さらに  $\Sigma_1^R(t)$  については, 被積分関数において,  $(x - y)$  の関数として振動する指数関数と, 緩やかに変化する関数  $C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t)$  の積となっているため,  $\alpha = \alpha'$ ,  $r = r'$  となる場合を除き積分の値は小さくなる. よって,

$$\Sigma_1^R(t) = -i\theta(t) \frac{2S_0 J_1^2}{\hbar N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \int_0^W dy \sum_r \sum_{\alpha} C_{r\alpha r\alpha}(x, y, t), \quad (4.41)$$

となり, 同じブランチで電子の生成・消滅が起こる過程と対応する. これはクリーンな接合界面では, スピン散乱の過程で電子の運動量が保存することを意味する.

本研究では, クリーンな接合界面 ( $J_1 \gg J_2$ ), および, 乱れた接合界面 ( $J_1 \ll J_2$ ) の2つの極限に着目して計算を行う. 前者の場合は, ギルバート減衰の増大は,

$$\delta\alpha_{\text{G}}^1 = -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma_1^R(\omega_0), \quad (4.42)$$

となり, 後者の場合は,

$$\delta\alpha_{\text{G}}^2 = -\frac{2S_0}{\hbar\omega} \text{Im} \Sigma_2^R(\omega_0), \quad (4.43)$$

となる. 実際の実験状況では, これらの2つの寄与が足し合わされたものが観測されると期待される.

## 4.4 相関関数の計算

前節までで, マグノンの自己エネルギーの計算は, 相関関数

$$C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t) = \langle [\psi_{r\alpha,+}^\dagger(x, t) \psi_{r'\alpha',-}(x, t), \psi_{r'\alpha',-}^\dagger(y, 0) \psi_{r\alpha,+}(y, 0)] \rangle_0, \quad (4.44)$$

の計算に帰着されることを説明した. 相関関数中の電子の生成消滅演算子を, 式 (4.15) を用いてボゾン場によって書き直すと,

$$C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi a)^2} \left[ \left\langle e^{-i(-r\theta_{\alpha+}(x,t)+\phi_{\alpha+}(x,t))} e^{i(-r'\theta_{\alpha'}(x,t)+\phi_{\alpha'}(x,t))} \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{-i(-r'\theta_{\alpha'}(y,0)+\phi_{\alpha'}(y,0))} e^{i(-r\theta_{\alpha+}(y,0)+\phi_{\alpha+}(y,0))} \right\rangle_0 \right. \\ \left. - \left\langle e^{-i(-r'\theta_{\alpha'}(y,0)+\phi_{\alpha'}(y,0))} e^{i(-r\theta_{\alpha+}(y,0)+\phi_{\alpha+}(y,0))} \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{-i(-r\theta_{\alpha+}(x,t)+\phi_{\alpha+}(x,t))} e^{i(-r'\theta_{\alpha'}(x,t)+\phi_{\alpha'}(x,t))} \right\rangle_0 \right], \quad (4.45)$$

となる. 期待値は式 (4.24) の自由ボゾン場のハミルトニアン  $H_{\text{NM}}$  の熱平衡状態について取られており, やや複雑ではあるが解析的に計算を進めることができる (付録 B を参照). その結果は, 以下のようにまとめられる:

$$C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi a)^2} [e^{F_{rr'\alpha\alpha'}(x-y,t)} - e^{F_{rr'\alpha\alpha'}(y-x,-t)}], \quad (4.46)$$

$$F_{rr'\alpha\alpha'}(x, t) = \begin{cases} \tilde{G}_{s+}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{s-}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi} + \tilde{G}_{s-}^{\phi\phi} - r(\tilde{G}_{s+}^{\theta\phi} + \tilde{G}_{s-}^{\theta\phi} + \tilde{G}_{s+}^{\phi\theta} + \tilde{G}_{s-}^{\phi\theta}), & (r = r', \alpha = \alpha'), \\ \tilde{G}_{c+}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{c-}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi} + \tilde{G}_{s-}^{\phi\phi}, & (r \neq r', \alpha = \alpha'), \\ \tilde{G}_{s+}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{c-}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi} + \tilde{G}_{c-}^{\phi\phi} - r(\tilde{G}_{s+}^{\theta\phi} + \tilde{G}_{c-}^{\theta\phi} + \tilde{G}_{s+}^{\phi\theta} + \tilde{G}_{c-}^{\phi\theta}), & (r = r', \alpha \neq \alpha'), \\ \tilde{G}_{c+}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{s-}^{\theta\theta} + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi} + \tilde{G}_{c-}^{\phi\phi}, & (r \neq r', \alpha \neq \alpha'). \end{cases} \quad (4.47)$$

ここで

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\theta\theta}(x, t) = \langle \theta_{j\delta}(x, t)\theta_{j\delta}(0, 0) \rangle - \langle \theta_{j\delta}(0, 0)\theta_{j\delta}(0, 0) \rangle, \quad (4.48)$$

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\phi\phi}(x, t) = \langle \phi_{j\delta}(x, t)\phi_{j\delta}(0, 0) \rangle - \langle \phi_{j\delta}(0, 0)\phi_{j\delta}(0, 0) \rangle, \quad (4.49)$$

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\theta\phi}(x, t) = \langle \theta_{j\delta}(x, t)\phi_{j\delta}(0, 0) \rangle - \langle \theta_{j\delta}(0, 0)\phi_{j\delta}(0, 0) \rangle, \quad (4.50)$$

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\phi\theta}(x, t) = \langle \phi_{j\delta}(x, t)\theta_{j\delta}(0, 0) \rangle - \langle \phi_{j\delta}(0, 0)\theta_{j\delta}(0, 0) \rangle, \quad (4.51)$$

であり, 式 (4.47) では見やすさのため関数  $\tilde{G}$  の引数を省略した. ボゾンの相関関数は具体的に

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\phi\phi}(x, t) = \frac{1}{4K_{j\delta}} \left\{ \log \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - x - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right) + \log \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + x - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right) \right\}, \quad (4.52)$$

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\theta\theta}(x, t) = \frac{K_{j\delta}}{4} \left\{ \log \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - x - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right) + \log \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + x - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right) \right\}, \quad (4.53)$$

$$\tilde{G}_{j\delta}^{\theta\phi}(x, t) = \tilde{G}_{j\delta}^{\phi\theta}(x, t) \\ = \frac{1}{4} \left\{ \log \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - x - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right) - \log \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + x - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right) \right\}. \quad (4.54)$$

と計算される (付録 C を参照).

## 4.5 ギルバート減衰の増大: クリーンな接合界面の場合

前節の結果を, 式 (4.41) のクリーンな接合界面に対する自己エネルギー  $\Sigma_1^R(t)$  の表式に代入すると

$$\begin{aligned} \Sigma_1^R(t) = & -\frac{i\theta(t)}{(2\pi a)^2} \frac{J_1^2}{\hbar N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \int_0^W dy \sum_{r,\alpha} \\ & \times \left[ \left( \frac{\sinh(\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - (x-y) - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma-r} \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + (x-y) - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma+r} \right. \\ & \left. - \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + (x-y) + v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma-r} \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - (x-y) + v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma+r} \right], \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\gamma \equiv \frac{K_{s+}}{4} + \frac{K_{s-}}{4} + \frac{1}{4K_{s+}} + \frac{1}{4K_{s-}}, \quad (4.56)$$

となる. ここで式中の  $r$  は  $r = L$  のとき  $r = -1$ ,  $r = R$  のとき  $r = +1$  ととるとする. これより,

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,1} = & -\frac{2S_0}{\hbar\omega_0} \text{Im} \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \Sigma_1^R(t) \\ = & -\frac{S_0 J_1^2}{\hbar^2 \omega_0 (\pi a)^2 N_{\text{FI}}} \sum_{r,\alpha} \int_0^W dx \int_0^W dy \int_0^\infty dt \text{Im} [e^{i\omega_0 t}] \\ & \times \text{Im} \left[ \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - (x-y) - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma-r} \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + (x-y) - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma+r} \right] \\ = & -\frac{4S_0 J_1^2}{\hbar^2 \omega_0 (\pi a)^2 N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \int_0^W dy \int_0^\infty dt \sin \omega_0 t \\ & \times \text{Im} \left[ \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - (x-y) - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + (x-y) - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{\gamma+1} \right], \end{aligned} \quad (4.57)$$

が得られる. ここで  $r \rightarrow -r$  としたときに, 積分変数  $x, y$  を入れ替えることで被積分関数が元の形に戻ることを用いた.

## 4.6 乱れた接合界面の場合

4.4 節の結果を, 式 (4.40) の乱れた接合界面に対する自己エネルギー  $\Sigma_2^R(t)$  の表式に代入すると

$$\begin{aligned} \Sigma_2^R(t) = & -\frac{i\theta(t)}{\hbar(2\pi a)^2} \frac{J_2^2 a}{N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \\ & \times \left[ \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia - v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{2\gamma_{rar'\alpha'}} - \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(ia + v_{\text{F}}t)/\beta\hbar v_{\text{F}})} \right)^{2\gamma_{rar'\alpha'}} \right], \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\gamma_{rar'\alpha'} = \begin{cases} (K_{s+} + K_{s-} + 1/K_{s+} + 1/K_{s-})/4, & (r = r', \alpha = \alpha'), \\ (K_{c+} + K_{c-} + 1/K_{s+} + 1/K_{s-})/4, & (r \neq r', \alpha = \alpha'), \\ (K_{s+} + K_{c-} + 1/K_{s+} + 1/K_{c-})/4, & (r = r', \alpha \neq \alpha'), \\ (K_{c+} + K_{s-} + 1/K_{s+} + 1/K_{c-})/4, & (r \neq r', \alpha \neq \alpha'), \end{cases} \quad (4.59)$$

となる。これより、ギルバート減衰定数の増大は、

$$\begin{aligned}
\delta\alpha_{G,2} &= -\frac{1}{\hbar\omega_0} \text{Im} \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \Sigma_2^R(t) \\
&= -\frac{S_0 J_2^2 a}{\hbar^2 \omega_0 (\pi a)^2 N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \int_0^\infty dt \text{Im} [e^{i\omega_0 t}] \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \text{Im} \left[ \left( \frac{\sinh(i\pi a / \beta \hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(i a - v_{\text{F}} t) / \beta \hbar v_{\text{F}})} \right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \right] \\
&= -\frac{S_0 J_2^2 a W}{\hbar^2 \omega_0 (\pi a)^2 N_{\text{FI}}} \int_0^\infty dt \sin \omega_0 t \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \text{Im} \left[ \left( \frac{\sinh(i\pi a / \beta \hbar v_{\text{F}})}{\sinh(\pi(i a - v_{\text{F}} t) / \beta \hbar v_{\text{F}})} \right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \right], \quad (4.60)
\end{aligned}$$

となる。

## 第5章

# 計算結果

本章では、これまでの結果を用いて、ギルバート減衰の増大を具体的に計算する。まず5.1節で表式を無次元化し、数値計算を行いやすい形に変形する。それを元に、5.2.1節で接合界面がクリーンな場合におけるギルバート減衰の増大を具体的に計算する。続いて、5.2.2節で接合界面が乱れた場合について同様に計算する。

### 5.1 表式の無次元化

第4章でカーボンナノチューブ1本あたりのギルバート減衰の増大の表式を求めたが、実際の実験においてはカーボンナノチューブはバンドル(束)を考え、強磁性絶縁体に複数本をまとめて接合させるほうが信号を大きくできる。以下では、強磁性絶縁体の接合の面積が  $W \times W'$  で与えられる ( $W'$  はカーボンナノチューブの軸に直交する方向の長さ) とし、第4章で求めた表式に接合しているカーボンナノチューブの本数  $N_{\text{CNT}} = W'/d$  を乗ずるとする。ここで  $d$  はカーボンナノチューブの直径である。

まず接合面がクリーンな場合な場合を考える。ギルバート減衰の増大  $\delta\alpha_{G,1}$  は以下の式で与えられる(4.5節参照)。

$$\delta\alpha_{G,1} = -\frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{\hbar^2\omega_0(\pi a)^2N_{\text{FI}}} \int_0^W dx \int_0^W dy \int_0^\infty dt \sin\omega_0 t \times \text{Im} \left[ \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_F)}{\sinh(\pi(ia - (x-y) - v_F t)/\beta\hbar v_F)} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\sinh(i\pi a/\beta\hbar v_F)}{\sinh(\pi(ia + (x-y) - v_F t)/\beta\hbar v_F)} \right)^{\gamma+1} \right]. \quad (4.57)$$

式を簡単にするために、以下の熱的ド・ブロイ長を導入する:

$$L_{\text{th}} = \hbar\beta v_F = \frac{\hbar}{k_{\text{B}}T} v_F. \quad (5.1)$$

さらに接合の長さ  $W$  を用いて、積分変数およびパラメータを以下のように無次元量に置き換える:

$$\tilde{x} = \frac{x}{W}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{W}, \quad \tilde{t} = \frac{v_F t}{W}, \quad \tilde{\omega}_0 = \omega_0 \frac{W}{v_F}, \quad \tilde{L}_{\text{th}} = \frac{L_{\text{th}}}{W}, \quad \tilde{a} = \frac{a}{W}. \quad (5.2)$$

さらに  $a/L_{\text{th}}$  は十分小さいとすると、(4.57)式は以下のように変形できる:

$$\delta\alpha_{G,1} = -\frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2N_{\text{FI}}}{(\hbar v_F/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \left( \frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{2\gamma} \int_0^1 d\tilde{x} \int_0^1 d\tilde{y} \int_0^\infty d\tilde{t} \sin\tilde{\omega}_0\tilde{t} \times \text{Im} \left[ e^{i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(i\tilde{a} - (\tilde{x} - \tilde{y}) - \tilde{t})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma+1} \left( \sinh \frac{\pi(i\tilde{a} + (\tilde{x} - \tilde{y}) - \tilde{t})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma-1} \right]. \quad (5.3)$$

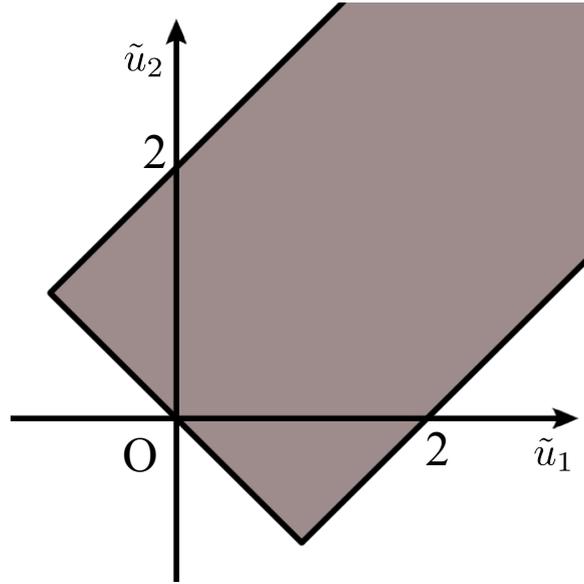


図 5.1 (5.8) 式中の積分領域

ここで、被積分関数が  $\tilde{x} - \tilde{y}$  の関数である時に  $\tilde{u} = \tilde{x} - \tilde{y}$  として以下の式が成り立つ:

$$\int_0^1 d\tilde{x} \int_0^1 d\tilde{y} f(\tilde{x} - \tilde{y}) = \int_{-1}^1 d\tilde{u} (1 - |u|) f(\tilde{u}). \quad (5.4)$$

また、積分変数を以下のように取り替える:

$$\tilde{u}_1 = \tilde{u} + \tilde{t}, \quad (5.5)$$

$$\tilde{u}_2 = -\tilde{u} + \tilde{t}, \quad (5.6)$$

$$\int_0^\infty d\tilde{t} \int_{-1}^1 d\tilde{u} = \frac{1}{2} \int \int_V d\tilde{u}_1 d\tilde{u}_2. \quad (5.7)$$

これにより、 $\delta\alpha_{G,1}$  は、以下のように書き換えられる:

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,1} = & -\frac{2N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \int \int_V d\tilde{u}_1 d\tilde{u}_2 \left(1 - \frac{|u_1 - u_2|}{2}\right) \sin \frac{\tilde{\omega}_0(\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2)}{2} \\ & \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left(\sinh \frac{\pi(\tilde{u}_1 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{-\gamma+1} \left(\sinh \frac{\pi(\tilde{u}_2 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{-\gamma-1} \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

ただし積分範囲  $V$  は図 5.1 に示す範囲である.

同様に、接合面が乱れた場合のギルバート減衰の増大  $\delta\alpha_{G,2}$  は以下の式で与えられる.

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,2} = & -\frac{N_{\text{CNT}}S_0J_2^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/a)(\hbar v_{\text{F}}/W)} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma_{rr'\alpha\alpha'}} \int_0^\infty d\tilde{t} \sin \tilde{\omega}_0\tilde{t} \\ & \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma_{rr'\alpha\alpha'}} \left(\sinh \frac{\pi(\tilde{t} - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{-2\gamma_{rr'\alpha\alpha'}} \right] \end{aligned} \quad (5.9)$$

## 5.2 数値計算結果

以下では、ギルバート減衰定数の増大を数値積分によって具体的に見積もる. 表 5.1 に用いた実験パラメータの値をまとめる. 強磁性体のユニットセル数は  $N_{\text{FI}} = WW'd'/a^3$  によって見積もった.

表 5.1 見積もりに用いた実験パラメータ. 強磁性体はイットリウム・鉄・ガーネット (YIG) を仮定し, その局在スピンの大きさと格子定数の値を用いている. カーボンナノチューブの格子間隔はグラフェンの格子定数の値 [9] を, ラッティンジャーパラメータは文献 [28, 29] の値を用いた ( $K_{s+}$  は外部磁場が 3.6 T のときの測定結果 [9] からの見積もりを用いた).

物理量	記号	見積もりに用いた値
マイクロ波の周波数	$\omega_0$	1 GHz
フェルミ速度	$v_F$	$10^6$ m/s
ナノチューブの格子間隔	$a$	$2.46 \text{ \AA}$
ナノチューブの直径	$d$	1.5 nm
界面交換相互作用	$J_1, J_2$	2 K
強磁性体のスピンの大きさ	$S_0$	10
強磁性体の厚さ	$d'$	10 nm
強磁性体の格子定数	$a'$	$12.376 \text{ \AA}$
ラッティンジャーパラメータ	$K_{c+}$	0.20
	$K_{s+}$	1.07
	$K_{c-}, K_{s-}$	1

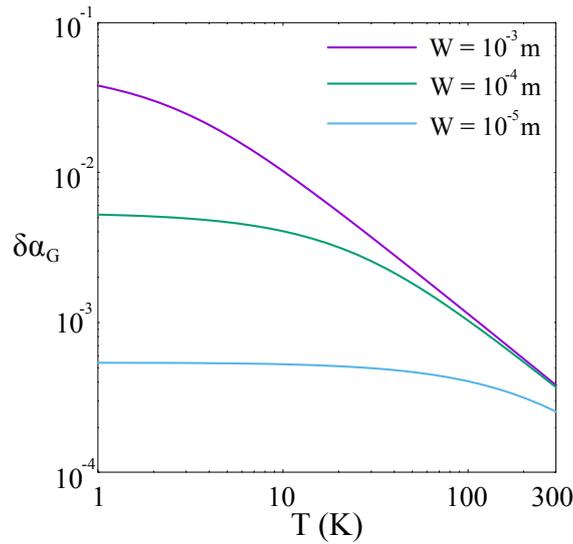


図 5.2 接合面がクリーンな場合のスピンプンピングの温度依存性

### 5.2.1 クリーンな接合界面の場合

まずクリーンな接合界面 ( $J_1 \gg J_2$ ) に対するギルバート減衰定数の増大に対する結果を示す. 式 (5.8) を数値積分することによって得られた  $\delta\alpha_{G,1}$  を温度の関数としてプロットしたものを図 5.2 に示す. 高温領域では  $\delta\alpha_{G,1}$  はほぼ  $1/T$  に比例する振る舞いをし, 低温領域では  $\delta\alpha_{G,1}$  はほぼ温度によらなくなる. この振る舞いのクロスオーバー温度  $T^*$  は

$$\tilde{L}_{th} = \frac{L_{th}}{W} = \frac{\hbar v_F}{k_B T^* W} = 1, \quad \rightarrow \quad T^* = \frac{\hbar v_F}{k_B W}, \quad (5.10)$$

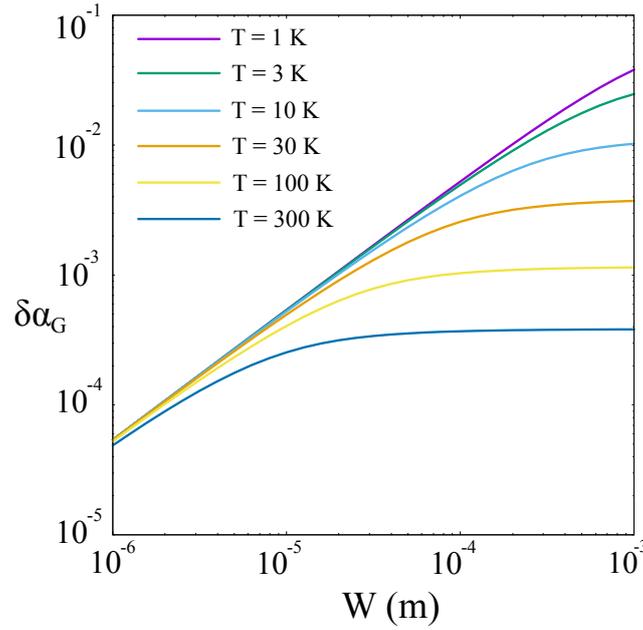


図 5.3 接合面がクリーンな場合のスピンポンピングの長さ依存性

によって決まっており、接合の長さ  $W$  に反比例する。この結果は図 5.2 の結果と整合する。またバルクのギルバート減衰定数の増大  $\delta\alpha_G$  は  $10^{-5}$  から  $10^{-2}$  程度の値をとるので、ここで得られたギルバート減衰の増大を実験的に検出することは十分可能である。

$\delta\alpha_{G,1}$  を接合の長さ  $W$  の関数としてプロットしたものを図 5.3 に示す。 $W$  が小さい領域では  $\delta\alpha_{G,1}$  は  $W$  にほぼ比例するが、 $W$  が大きい領域では  $\delta\alpha_{G,1}$  は  $W$  に依存しなくなる。このクロスオーバー長  $W^*$  は

$$\tilde{L}_{\text{th}} = \frac{L_{\text{th}}}{W} = \frac{\hbar v_F}{k_B T^* W} = 1, \quad \rightarrow \quad W^* = \frac{\hbar v_F}{k_B T}, \quad (5.11)$$

によって決まっており、温度  $T$  に反比例する。この結果は図 5.3 の結果と整合する。

ここで考察したパラメータ領域では  $\tilde{\omega}_0 \ll 1/\tilde{L}_{\text{th}}$  が常に成り立っている。これを用いると、式 (5.8) は近似的に、

$$\delta\alpha_{G,1} = \frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2a'^3}{WW'd(\hbar v_F/W)^2} \left( \frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{2\gamma-2} f(\gamma, \tilde{L}_{\text{th}}) \quad (5.12)$$

ここで  $f(\gamma, \tilde{L}_{\text{th}})$  は、

$$f(\gamma, \tilde{L}_{\text{th}}) = \sin(\pi\gamma) \left( -\frac{e^{-2\pi\gamma}}{4\pi^2\gamma^2} + \frac{1}{(2\pi)^{2\gamma}(-2\gamma+2)} \right), \quad (L_{\text{th}} \gg W), \quad (5.13)$$

$$f(\gamma, \tilde{L}_{\text{th}}) = \tilde{L}_{\text{th}} \left( \frac{2^2\gamma \sin(\pi\gamma)}{\pi^3(\gamma^2-1)^2} + \frac{1}{(2\pi)^{2\gamma}(-2\gamma+3)} \left[ \sum_{k=0}^3 \frac{\sin(\pi\gamma)(-1)^k - \sin(2\pi\gamma)}{(\gamma-k)} \right] + \sin(\pi\gamma) - \sin(2\pi\gamma) \right) \sum_r \frac{\pi^{-\gamma+r} e^{-\pi(\gamma+r)}}{2^{3\gamma+r}(\gamma+r)^2(-\gamma+r+1)}, \quad (L_{\text{th}} \ll W), \quad (5.14)$$

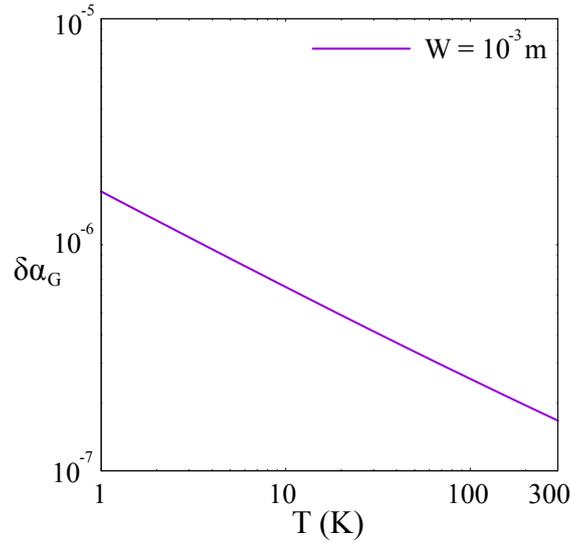


図 5.4 接合面が乱雑な場合のスピンプンピングの温度依存性.

と書き表され,  $\omega_0$  に依らなくなる (付録 D を参照). これより,  $\delta\alpha_{G,1}$  の温度  $T$  および接合の長さ  $W$  の依存性は,

$$\delta\alpha_{G,1} \propto \begin{cases} T^{2\gamma-2}W, & (L_{\text{th}} = \frac{\hbar v_F}{k_B T} \gg W), \\ T^{2\gamma-3}, & (L_{\text{th}} = \frac{\hbar v_F}{k_B T} \ll W), \end{cases} \quad (5.15)$$

となる.  $\gamma$  は,

$$\gamma = \frac{1}{4} \left( K_{s+} + K_{s-} + \frac{1}{K_{s+}} + \frac{1}{K_{s-}} \right), \quad (5.16)$$

と与えられ,  $K_{s+} = K_{s-} = 1$  のとき  $\gamma = 1$  となる. 今,  $K_{s-} = 1$  に対し,  $K_{s+}$  については  $K_{s+} = 1.07$  と 1 からわずかにずれた値を採用しているが, この場合であっても  $\gamma = 1.001$  となってほとんど 1 からずれない.  $\gamma = 1$  とすると,

$$\delta\alpha_{G,1} \propto \begin{cases} W, & (L_{\text{th}} = \frac{\hbar v_F}{k_B T} \ll W), \\ T^{-1}, & (L_{\text{th}} = \frac{\hbar v_F}{k_B T} \gg W), \end{cases} \quad (5.17)$$

が得られ, 図 5.2 および図 5.3 で見られた振る舞いを再現する.

以上の結果より, クリーンな接合界面の場合にはクロスオーバー温度が存在し, それより高温領域と低温領域で振る舞いが異なることがわかる. このクロスオーバー温度の情報からカーボンナノチューブ中の電子のフェルミ速度  $v_F$  の情報を得ることができる. 同様の議論は接合の長さ依存性によっても行うことができる. 一方, 朝永・ラッティンジャー液体に特有な非自明なべきを観測することは難しく, もっと磁場を強くするなどによって  $K_{s+}$  の値をより 1 から大きくずらす必要がある.

### 5.2.2 乱れた接合界面の場合

次に乱れた接合界面 ( $J_2 \gg J_1$ ) に対するギルバート減衰定数の増大に対する結果を示す. 式 (5.9) を数値積分することによって得られた  $\delta\alpha_{G,2}$  を温度の関数としてプロットしたものを図 5.4 に示す. この場合

は図 5.4 に示すように、すべての温度領域において  $\delta\alpha_{G,2}$  は  $T^{-0.43}$  に比例し、朝永・ラッティンジャー液体に特有な非自明な温度のべきが現れることがわかる。一方、接合の長さ  $W$  には依存しなくなる。ここで用いたパラメータ・温度領域では  $\tilde{\omega}_0 \tilde{L}_{\text{th}} = \omega_0 L_{\text{th}}/v_F \ll 1$  が成り立つ。この仮定のもとで、式 (5.9) の近似式

$$\delta\alpha_{G,2} = \frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_2^2a'^3}{WW'd(\hbar v_F/a)(\hbar v_F/W)} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left( \frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}-2} \sin(\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}) \times \left( -\frac{e^{-2\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}}}{4\pi^2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}^2} + \frac{1}{(2\pi)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}}(-2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}+2)} \right), \quad (5.18)$$

が得られる (付録 E を参照)。 $\tilde{a} \ll \tilde{L}_{\text{th}}$  より、 $r, \alpha, r', \alpha'$  についての和のうち、 $\gamma_{r\alpha r'\alpha'}$  が最も小さくなるようなものだけが  $\delta\alpha_{G,2}$  に寄与する。今回用いた Luttinger パラメータの値では  $\gamma_{r\alpha r'\alpha'}$  は以下の値を取る：

$$\gamma_{r\alpha r'\alpha'} = \begin{cases} (K_{s+} + K_{s-} + 1/K_{s+} + 1/K_{s-})/4 \simeq 1.001, & (r = r', \alpha = \alpha'), \\ (K_{c+} + K_{c-} + 1/K_{s+} + 1/K_{s-})/4 \simeq 0.784, & (r \neq r', \alpha = \alpha'), \\ (K_{s+} + K_{c-} + 1/K_{s+} + 1/K_{c-})/4 \simeq 1.001, & (r = r', \alpha \neq \alpha'), \\ (K_{c+} + K_{s-} + 1/K_{s+} + 1/K_{c-})/4 \simeq 0.784, & (r \neq r', \alpha \neq \alpha'), \end{cases} \quad (5.19)$$

最小値を  $\gamma_{\min} = 0.784$  とおくと、

$$\delta\alpha_{G,2} \propto T^{2\gamma_{\min}-2} = T^{-0.432}, \quad (5.20)$$

となり、図 5.4 の結果を再現する。また、 $W$  には依存しないこともわかり、これも数値計算の結果と整合する。またバルクのギルバート減衰定数の増大  $\delta\alpha_G$  は  $10^{-7}$  から  $10^{-6}$  程度の小さい値をとるので、ここで得られたギルバート減衰の増大の検出可能性は今後の課題である。なお、乱れた界面に対するギルバート減衰の増大は、カーボンナノチューブの局所動的 (横) 帯磁率と関係づけられるが、これは NMR 実験における  $(T_1T)^{-1}$  ( $T_1$ : 核スピンの縦磁気緩和時間,  $T$ : 温度) の式 (2.17) とほぼ同じ形をしており、温度依存性のべきは同じ値となる。これは乱れた接合界面においては、不純物平均の仮定によってスピンの移行が空間的に局在した一点において起きるため、局所的な動的スピン帯磁率を測定していた NMR 実験と同様の状況になっていることに由来する。

これらの結果から、乱れた接合界面に対してはギルバート減衰定数の増大の温度依存性に朝永・ラッティンジャー液体に特有な非自明なべきが現れることがわかる。一方、乱れた接合界面では接合の各点における局所的な交換相互作用によってスピンのやり取りが行われるため、( $N_{\text{FI}}$  を固定したときには) ギルバート減衰定数の増大は単純に接合の長さ  $W$  に比例する。今  $N_{\text{FI}} = WW'd/a^3$  として、強磁性絶縁体の厚さ  $d$  を固定したことによる  $W$  依存性も考慮することで、 $\delta\alpha_{G,2}$  は  $W$  によらなくなっている。こうした事情により、クロスオーバー温度は存在しなくなり、そこからカーボンナノチューブ中の電子のフェルミ速度  $v_F$  の情報を引き出すことはできなくなる。

### 5.3 実験との対応

本研究では、界面における交換相互作用の乱れの影響を簡単なモデルを用いて解析した。クリーンな界面の場合と乱れた界面の場合のそれぞれの極限で数値計算を行ったが、このモデルでは乱れの強度が中間的な場合には、ギルバート減衰定数の増大は 2 つの極限の結果を単純に足し合わせたものになる。現実の実験において界面の乱れの度合いがどうなっているかについては、まだ詳しい情報がないため不明であるが、ここで考察した極限的な場合の特徴的な温度依存性・接合の長さ依存性と比較することによって、界面の状況についても情報が得られることが期待される。

最後に NMR 実験との比較を行う。NMR 実験では動的局所スピン帯磁率を測定していると考えられるため、本研究における乱れた接合の場合と似た測定になっている。実際に乱れた界面に対して得られるギルバート減衰の増大の温度依存性のべきは、NMR 実験で得られる  $(T_1T)^{-1}$  の温度依存性のべきと同じである。一方、本研究では界面の状態によってギルバート減衰の増大の温度依存性が大きく変化することを明らかにした。さらに実験結果から界面における交換相互作用の大きさを見積もることも原理的に可能であること、炭素を  $^{13}C$  の同位体に置換する作業が不要であることなどの利点も有する。以上のことから、カーボンナノチューブへのスピンプンピング実験は、NMR 実験では得られない情報を含むものと考えられる。

## 第6章

### まとめ

本論文では、代表的なラッティンジャー液体であるカーボンナノチューブへのスピポンピングをギルバート減衰の増大を評価するという形で考察した。グリーン関数を用いた界面相互作用の二次摂動での計算から、非磁性金属へのスピポンピングにおけるギルバート減衰の増大は一般に非磁性金属のスピ帯磁率の虚部に比例することを説明した後、ボゾン化の方法を用いてカーボンナノチューブのスピ帯磁率を計算し、ギルバート減衰の増大を定式化した。その結果、カーボンナノチューブへのギルバート減衰の増大には（一般に）ラッティンジャー液体に特徴的な物理量のべき乗則が現れることを示し、その指数は接合界面がクリーンであるか乱雑であるかにより変化することを示した。また、最後に具体的な物質のパラメータを用いてギルバート減衰の増大の大きさおよびその温度依存性のべき指数を具体的に見積もった。本研究はスピポンピングの技術を用いることで、一次元電子系特有のスピ励起の観測が可能であることを示唆しており、スピトロニクス技術を利用した物性評価への応用の一つの指針を提供するものと期待される。

本研究では、外部磁場やスピ軌道相互作用の影響の詳細については理論的に立ち入った考察を行わず、単にラッティンジャーパラメータ  $K_{s+}$  を1から変更するという形で現象論的に取り入れた。外部磁場やスピ軌道相互作用の影響を理論的に考察することは今後の課題である。本研究において用いた方法はカーボンナノチューブ以外の一次元電子系に対しても応用可能である。例えば、擬一次元磁性体などへのスピポンピングに関しても同様の議論を行うことが可能であると期待され、今後の課題として残されている。

## 付録 A

### (4.18) 式の導出

本付録ではカーボンナノチューブのハミルトニアン(4.18)の詳しい導出方法をまとめる。まず、ボゾン場  $\tilde{\phi}_{L/R\alpha\sigma}(x)$  の空間微分が電子密度と関係することを示す:

$$\begin{aligned}
\partial_x \tilde{\phi}_{L/R\alpha\sigma}(x) &= \pm i \frac{2\pi}{L} \sum_{n_q \in \mathbb{Z}} \sqrt{n_q} (e^{-iqx} b_{q,L/R\alpha\sigma} - e^{iqx} b_{q,L/R\alpha\sigma}^\dagger), \quad \left( q = \frac{2\pi}{L} n_q \right) \\
&= \pm \frac{2\pi}{L} \sum_{q>0} \sum_k (e^{-iqx} c_{k-q,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k,L/R\alpha\sigma} + e^{iqx} c_{k,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k-q,L/R\alpha\sigma}) \\
&= \pm \frac{2\pi}{L} \sum_{q \neq 0} \sum_k (e^{-iqx} c_{k-q,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k,L/R\alpha\sigma}) \\
&= \pm \frac{2\pi}{L} \sum_q \sum_k (e^{-iqx} c_{k-q,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k,L/R\alpha\sigma}) \mp \frac{2\pi}{L} \sum_k c_{k,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k,L/R\alpha\sigma} \\
&\simeq \pm \frac{2\pi}{L} \sum_q \sum_k (e^{-iqx} c_{k-q,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k,L/R\alpha\sigma}). \tag{A.1}
\end{aligned}$$

途中でボゾンの消滅演算子の定義式(4.6)を用いており、最後の等式では定数項の寄与のみ与える第二項を簡単のために落とした。よって

$$\begin{aligned}
\rho_{L/R\alpha\sigma}(x) &= \Psi_{L/R\alpha\sigma}^\dagger(x) \Psi_{L/R\alpha\sigma}(x) \\
&= \frac{2\pi}{L} \sum_q \sum_k e^{-iqx} c_{k-q,L/R\alpha\sigma}^\dagger c_{k,L/R\alpha\sigma} \\
&= \mp \partial_x \tilde{\phi}_{L/R\alpha\sigma}(x) \tag{A.2}
\end{aligned}$$

が成立する。またこの式と式(4.10), (4.11)より,

$$\partial_x \phi_{\alpha\sigma}(x) = \frac{1}{2} (\rho_{L\alpha\sigma}(x) - \rho_{R\alpha\sigma}(x)) \tag{A.3}$$

$$\partial_x \theta_{\alpha\sigma}(x) = \frac{1}{2} (\rho_{L\alpha\sigma}(x) + \rho_{R\alpha\sigma}(x)) \tag{A.4}$$

となる。カーボンナノチューブ中の電子の運動エネルギーは

$$H_K = \sum_{k,r\alpha\sigma} v_F k c_{k,r\alpha\sigma}^\dagger c_{k,r\alpha\sigma} \tag{A.5}$$

と表せる.  $H_K$  と  $b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger$  の交換関係が

$$\begin{aligned} \left[ \sum_k v_F k c_{k,r\alpha\sigma}^\dagger c_{k,r\alpha\sigma}, b_{q,r'\alpha'\sigma'}^\dagger \right] &= \sum_{k,k'} v_F k \frac{i}{\sqrt{n_q}} [c_{k,r\alpha\sigma}^\dagger c_{k,r\alpha\sigma}, c_{k'+q',r'\alpha'\sigma'}^\dagger c_{k',r'\alpha'\sigma'}] \\ &= \sum_k v_F k \frac{i}{\sqrt{n_q}} (-c_{k+q,r,\alpha\sigma}^\dagger c_{k,r\alpha\sigma} + c_{k,r\alpha\sigma}^\dagger c_{k-q,r\alpha\sigma}) \delta_{r,r'} \delta_{\alpha,\alpha'} \delta_{\sigma,\sigma'} \\ &= v_F q b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger \delta_{r,r'} \delta_{\alpha,\alpha'} \delta_{\sigma,\sigma'} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

となる. この交換関係を満たすように運動エネルギーをボゾンの生成消滅演算子で構成すると,

$$H_K = v_F \sum_{q>0} \sum_{r\alpha\sigma} q b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger b_{q,r\alpha\sigma} \quad (\text{A.7})$$

となる. 一方,

$$\begin{aligned} &\int \frac{dx}{2\pi} \frac{1}{2} (\partial_x \tilde{\phi}_{r\alpha\sigma}(x))^2 \\ &= \int \frac{dx}{4\pi} \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \sum_{q>0, q'>0} \frac{L}{2\pi} \sqrt{qq'} (e^{-i(q-q')x} b_{q,r\alpha\sigma} b_{q',r\alpha\sigma}^\dagger + e^{i(q-q')x} b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger b_{q',r\alpha\sigma}) \\ &= \sum_{q>0} \frac{q}{2} (b_{q,r\alpha\sigma} b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger + b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger b_{q,r\alpha\sigma}) = \sum_{q>0} q b_{q,r\alpha\sigma} b_{q,r\alpha\sigma}^\dagger + \text{const.} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

となることから, 運動エネルギーは

$$\begin{aligned} H_K &= \frac{v_F}{2\pi} \sum_{r\alpha\sigma} \int dx \frac{1}{2} (\partial_x \tilde{\phi}_{r\alpha\sigma}(x))^2 \\ &= \frac{v_F}{2\pi} \sum_{\alpha\sigma} \int dx [(\partial_x \phi_{\alpha\sigma}(x))^2 + (\partial_x \theta_{\alpha\sigma}(x))^2] \\ &= \frac{v_F}{2\pi} \sum_{j\delta} \int dx [(\partial_x \phi_{j\delta}(x))^2 + (\partial_x \theta_{j\delta}(x))^2], \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

と書き表すことができる.

続いて相互作用項を考える. クーロン相互作用がカーボンチューブの半径  $R$  に比べて長く, 長さに比べて短いスケール  $R_s$  で外部に遮蔽されていると仮定すると以下のように表せる [26]:

$$\begin{aligned} H_C &= e^2 \ln(R_s/R) \int dx \left( \sum_{\alpha\sigma} \rho_{L\alpha\sigma}(x) + \rho_{R\alpha\sigma}(x) \right)^2 \\ &= C \frac{v_F}{2\pi} \int dx (\partial_x \theta_{c+}(x))^2. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

最後の等式では無次元の定数  $C = 4e^2 \ln(R_s/R)/v_F$  を導入した. これより, カーボンナノチューブのハミルトニアンは

$$H_{\text{NM}} = H_K + H_C = \sum_{j,\delta} \frac{v_{j\delta}}{2\pi} \int dx [K_{j\delta}^{-1} (\partial_x \theta_{j\delta}(x))^2 + K_{j\delta} (\partial_x \phi_{j\delta}(x))^2], \quad (\text{4.18})$$

の形になる. ここで  $K_{j\delta}$  はラッティンジャーパラメータと呼ばれるが, この定式化では  $K_{c+}$  のみに影響を与え,

$$K_{j\delta} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+C}}, & (j\delta = c+), \\ 1, & (\text{それ以外}), \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

となる。また、 $v_{j\delta} = v_F/K_{j\delta}$  である。これにより、カーボンナノチューブのハミルトニアンが導出される。

ここでの導出ではクーロン相互作用がスピンに依存しないと仮定した。一般に系のスピンに関して SU(2) 対称性があれば、 $K_{s+} = 1$  となることがスピン相関関数の議論よりわかる [30]。しかし、外部磁場によって SU(2) 対称性が破られている場合は、 $K_{s+}$  の値は 1 から少しずれてもよい。実際に磁場の大きさに依存して、 $K_{s+}$  の値が 1 から少しずれることが観測されている [9]。

## 付録 B

# 相関関数の計算の詳細

本付録では, 相関関数  $C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t)$  をボゾン場によって書き表した式,

$$C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi a)^2} \left[ \left\langle e^{-i(-r\theta_{\alpha+}(x,t) + \phi_{\alpha+}(x,t))} e^{i(-r'\theta_{\alpha'-}(x,t) + \phi_{\alpha'-}(x,t))} \right. \right. \\ \times e^{-i(-r'\theta_{\alpha'-}(y,0) + \phi_{\alpha'-}(y,0))} e^{i(-r\theta_{\alpha+}(y,0) + \phi_{\alpha+}(y,0))} \left. \right\rangle_0 \\ - \left\langle e^{-i(-r'\theta_{\alpha'-}(y,0) + \phi_{\alpha'-}(y,0))} e^{i(-r\theta_{\alpha+}(y,0) + \phi_{\alpha+}(y,0))} \right. \\ \times e^{-i(-r\theta_{\alpha+}(x,t) + \phi_{\alpha+}(x,t))} e^{i(-r'\theta_{\alpha'-}(x,t) + \phi_{\alpha'-}(x,t))} \left. \right\rangle_0 \left. \right], \quad (\text{B.1})$$

を使って計算する. 式を見通しよくするために,

$$A = -i(-r\theta_{\alpha+}(x, t) + \phi_{\alpha+}(x, t)), \quad (\text{B.2})$$

$$B = i(-r'\theta_{\alpha'-}(x, t) + \phi_{\alpha'-}(x, t)), \quad (\text{B.3})$$

$$C = -i(-r'\theta_{\alpha'-}(y, 0) + \phi_{\alpha'-}(y, 0)), \quad (\text{B.4})$$

$$D = i(-r\theta_{\alpha+}(y, 0) + \phi_{\alpha+}(y, 0)), \quad (\text{B.5})$$

とおくと,

$$C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi a)^2} \langle e^A e^B e^C e^D \rangle, \quad (\text{B.6})$$

と書き表される. ここで  $[A_i, A_j]$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ ) が  $c$  数で, かつ, ハミルトニアンが自由なボゾン場のときに成り立つ公式,

$$\langle e^{A_1} e^{A_2} \dots e^{A_N} \rangle = \exp \left[ \frac{1}{2} \sum_i \langle A_i^2 \rangle + \sum_{i < j} \langle A_i A_j \rangle \right], \quad (\text{B.7})$$

を用いると,

$$\langle e^A e^B e^C e^D \rangle \\ = \exp \left[ \frac{1}{2} \langle (A^2 + B^2 + C^2 + D^2) \rangle + \langle AB \rangle + \langle AC \rangle + \langle AD \rangle + \langle BC \rangle + \langle BD \rangle + \langle CD \rangle \right], \quad (\text{B.8})$$

が成り立つ.  $A, B, C, D$  を,

$$\theta_{\alpha\sigma} = \frac{1}{2}(\theta_{c+} + \sigma\theta_{s+} + \alpha\theta_{c-} + \alpha\sigma\theta_{s-}), \quad (\text{B.9})$$

$$\phi_{\alpha\sigma} = \frac{1}{2}(\phi_{c+} + \sigma\phi_{s+} + \alpha\phi_{c-} + \alpha\sigma\phi_{s-}), \quad (\text{B.10})$$

を用いて書き直すと,

$$A = -\frac{i}{2} [-r(\theta_{c+}(x, t) + \theta_{s+}(x, t) + \alpha\theta_{c-}(x, t) + \alpha\theta_{s-}(x, t)) \\ + (\phi_{c+}(x, t) + \phi_{s+}(x, t) + \alpha\phi_{c-}(x, t) + \alpha\phi_{s-}(x, t))] \quad (\text{B.11})$$

$$B = \frac{i}{2} [-r'(\theta_{c+}(x, t) - \theta_{s+}(x, t) + \alpha'\theta_{c-}(x, t) - \alpha'\theta_{s-}(x, t)) \\ + (\phi_{c+}(x, t) - \phi_{s+}(x, t) + \alpha'\phi_{c-}(x, t) - \alpha'\phi_{s-}(x, t))] \quad (\text{B.12})$$

$$C = -\frac{i}{2} [-r'(\theta_{c+}(y, 0) - \theta_{s+}(y, 0) + \alpha'\theta_{c-}(y, 0) - \alpha'\theta_{s-}(y, 0)) \\ + (\phi_{c+}(y, 0) - \phi_{s+}(y, 0) + \alpha'\phi_{c-}(y, 0) - \alpha'\phi_{s-}(y, 0))] \quad (\text{B.13})$$

$$D = \frac{i}{2} [-r(\theta_{c+}(y, 0) + \theta_{s+}(y, 0) + \alpha\theta_{c-}(y, 0) + \alpha\theta_{s-}(y, 0)) \\ + (\phi_{c+}(y, 0) + \phi_{s+}(y, 0) + \alpha\phi_{c-}(y, 0) + \alpha\phi_{s-}(y, 0))] \quad (\text{B.14})$$

となるので

$$\begin{aligned} & \left\langle \frac{1}{2}(A^2 + B^2 + C^2 + D^2) \right\rangle + \langle AB \rangle + \langle CD \rangle \\ &= \frac{-1 + rr'}{2} G_{c+}^{\theta\theta}(0, 0) + \frac{-1 - rr'}{2} G_{s+}^{\theta\theta}(0, 0) + \frac{-1 + rr'\alpha\alpha'}{2} G_{c-}^{\theta\theta}(0, 0) + \frac{-1 - rr'\alpha\alpha'}{2} G_{s-}^{\theta\theta}(0, 0) \\ & \quad - G_{s+}^{\phi\phi}(0, 0) + \frac{-1 + \alpha\alpha'}{2} G_{c-}^{\phi\phi}(0, 0) + \frac{-1 - \alpha\alpha'}{2} G_{s-}^{\phi\phi}(0, 0) \\ & \quad + \frac{r + r'}{2} G_{s+}^{\theta\phi}(0, 0) + \frac{r + r'}{2} \frac{1 - \alpha\alpha'}{2} G_{c-}^{\theta\phi}(0, 0) + \frac{r + r'}{2} \frac{1 + \alpha\alpha'}{2} G_{s-}^{\theta\phi}(0, 0) \\ & \quad + \frac{r + r'}{2} G_{s+}^{\phi\theta}(0, 0) + \frac{r + r'}{2} \frac{1 - \alpha\alpha'}{2} G_{c-}^{\phi\theta}(0, 0) + \frac{r + r'}{2} \frac{1 + \alpha\alpha'}{2} G_{s-}^{\phi\theta}(0, 0) \\ &= \begin{cases} \begin{aligned} & -G_{s+}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{s-}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{s+}^{\phi\phi}(0, 0) - G_{s-}^{\phi\phi}(0, 0) \\ & -r(-G_{s+}^{\theta\phi}(0, 0) - G_{s-}^{\theta\phi}(0, 0) - G_{s+}^{\phi\theta}(0, 0) - G_{s-}^{\phi\theta}(0, 0)), \quad (r = r', \alpha = \alpha'), \\ & -G_{c+}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{c-}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{s+}^{\phi\phi}(0, 0) - G_{s-}^{\phi\phi}(0, 0) \quad (r \neq r', \alpha = \alpha') \\ & -G_{s+}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{c-}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{s+}^{\phi\phi}(0, 0) - G_{c-}^{\phi\phi}(0, 0) \\ & -r(-G_{s+}^{\theta\phi}(0, 0) - G_{c-}^{\theta\phi}(0, 0) - G_{s+}^{\phi\theta}(0, 0) - G_{c-}^{\phi\theta}(0, 0)), \quad (r = r', \alpha \neq \alpha'), \\ & -G_{c+}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{s-}^{\theta\theta}(0, 0) - G_{s+}^{\phi\phi}(0, 0) - G_{c-}^{\phi\phi}(0, 0), \quad (r \neq r', \alpha \neq \alpha'), \end{aligned} \end{cases} \quad (\text{B.15}) \end{aligned}$$

となる. ここで

$$G_{\alpha\sigma}^{\theta\theta}(x, t) = \langle \theta_{\alpha\sigma}(x, t) \theta_{\alpha\sigma}(0, 0) \rangle, \quad (\text{B.16})$$

$$G_{\alpha\sigma}^{\phi\phi}(x, t) = \langle \phi_{\alpha\sigma}(x, t) \phi_{\alpha\sigma}(0, 0) \rangle, \quad (\text{B.17})$$

$$G_{\alpha\sigma}^{\phi\theta}(x, t) = \langle \phi_{\alpha\sigma}(x, t) \theta_{\alpha\sigma}(0, 0) \rangle, \quad (\text{B.18})$$

$$G_{\alpha\sigma}^{\theta\phi}(x, t) = \langle \theta_{\alpha\sigma}(x, t) \phi_{\alpha\sigma}(0, 0) \rangle, \quad (\text{B.19})$$

である. 同様にして,  $\langle AC \rangle + \langle BD \rangle + \langle AD \rangle + \langle BC \rangle$  は上式を  $-1$  倍して関数  $G_{\alpha\sigma}^{XY}$  の引数を  $(0, 0)$  から  $(x - y, t)$  に取り替えたものになる (ハミルトニアン<sup>1</sup>の並進対称性を用いた). よって,

$$\tilde{G}_{\alpha\sigma}^{XY}(x, t) = G_{\alpha\sigma}^{XY}(x, t) - G_{\alpha\sigma}^{XY}(0, 0), \quad (X, Y = \theta, \phi), \quad (\text{B.20})$$

と定めると、相関関数  $C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t)$  は

$$C_{r\alpha r'\alpha'}(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi a)^2} e^{F_{rr'\alpha\alpha'}(x-y, t)} - e^{F_{rr'\alpha\alpha'}(y-x, -t)}, \quad (\text{B.21})$$

$$F_{rr'\alpha\alpha'}(x, t) = \begin{cases} \tilde{G}_{s+}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s-}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi}(x, t) + \tilde{G}_{s-}^{\phi\phi}(x, t) \\ \quad - r(\tilde{G}_{s+}^{\theta\phi}(x, t) + \tilde{G}_{s-}^{\theta\phi}(x, t) + \tilde{G}_{s+}^{\phi\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s-}^{\phi\theta}(x, t)), & (r = r', \alpha = \alpha'), \\ \tilde{G}_{c+}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{c-}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi}(x, t) + \tilde{G}_{s-}^{\phi\phi}(x, t) & (r \neq r', \alpha = \alpha') \\ \tilde{G}_{s+}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{c-}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi}(x, t) + \tilde{G}_{c-}^{\phi\phi}(x, t) \\ \quad - r(\tilde{G}_{s+}^{\theta\phi}(x, t) + \tilde{G}_{c-}^{\theta\phi}(x, t) + \tilde{G}_{s+}^{\phi\theta}(x, t) + \tilde{G}_{c-}^{\phi\theta}(x, t)), & (r = r', \alpha \neq \alpha'), \\ \tilde{G}_{c+}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s-}^{\theta\theta}(x, t) + \tilde{G}_{s+}^{\phi\phi}(x, t) + \tilde{G}_{c-}^{\phi\phi}(x, t), & (r \neq r', \alpha \neq \alpha'), \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

と計算される。

## 付録 C

# ボゾン場のグリーン関数

本付録では、ボゾン場のグリーン関数の計算を行う。式 (4.24) のボゾン場のハミルトニアンを再掲する:

$$H_{\text{NM}} = \sum_{j,\delta} \sum_{\nu=\pm} \sum_q v_{\text{F}q} B_{q,\nu j\delta}^\dagger B_{q,\nu j\delta}, \quad (\text{C.1})$$

このハミルトニアンより,

$$B_{q,\nu j\delta}(t) = e^{-iv_{\text{F}qt}} B_{q,\nu j\delta}, \quad B_{q,\nu j\delta}^\dagger(t) = e^{iv_{\text{F}qt}} B_{q,\nu j\delta}^\dagger, \quad (\text{C.2})$$

$$\langle B_{q,\nu j\delta}^\dagger B_{q,\nu j\delta} \rangle = \frac{1}{e^{\beta\hbar v_{\text{F}q}} - 1}, \quad \langle B_{q,\nu j\delta} B_{q,\nu j\delta}^\dagger \rangle = \frac{1}{1 - e^{-\beta\hbar v_{\text{F}q}}}, \quad (\text{C.3})$$

が得られる。

以下では簡単のため、当面の間右下の添字  $j\delta$  については省略するものとする。式 (4.20), (4.21) より、 $b_{q\pm}$  は  $B_{q\pm}$  によって,

$$\sqrt{8}b_{q,L} = \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right) (B_{q,+} + B_{q,-}) - \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right) (B_{q,+}^\dagger - B_{q,-}^\dagger) \quad (\text{C.4})$$

$$\sqrt{8}b_{q,L}^\dagger = - \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right) (B_{q,+} - B_{q,-}) + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right) (B_{q,+}^\dagger + B_{q,-}^\dagger) \quad (\text{C.5})$$

$$\sqrt{8}b_{q,R} = - \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right) (B_{q,+} - B_{q,-}) + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right) (B_{q,+}^\dagger + B_{q,-}^\dagger) \quad (\text{C.6})$$

$$\sqrt{8}b_{q,R}^\dagger = \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right) (B_{q,+} + B_{q,-}) - \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right) (B_{q,+}^\dagger - B_{q,-}^\dagger) \quad (\text{C.7})$$

と書き表される。これより,

$$\begin{aligned} \langle b_{qL}^\dagger(t) b_{qR}(0) \rangle &= \langle b_{qL}^\dagger(t) b_{qL}^\dagger(0) \rangle = \langle b_{qR}^\dagger(t) b_{qL}(0) \rangle = \langle b_{qR}^\dagger(t) b_{qR}^\dagger(0) \rangle \\ &= \langle b_{qL}(t) b_{qL}(0) \rangle = \langle b_{qL}(t) b_{qR}^\dagger(0) \rangle = \langle b_{qR}(t) b_{qR}(0) \rangle = \langle b_{qR}(t) b_{qL}^\dagger(0) \rangle = 0, \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$\begin{aligned} \langle b_{qL}^\dagger(t) b_{qL}(0) \rangle &= \langle b_{qR}^\dagger(t) b_{qR}(0) \rangle \\ &= \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{-iv_{\text{F}qt}}}{1 - e^{-\beta\hbar v_{\text{F}q}}} + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{iv_{\text{F}qt}}}{e^{\beta\hbar v_{\text{F}q}} - 1} \right], \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \langle b_{qL}(t) b_{qL}^\dagger(0) \rangle &= \langle b_{qR}(t) b_{qR}^\dagger(0) \rangle \\ &= \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{e^{-iv_{\text{F}qt}}}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right)^2 \frac{1}{1 - e^{-\beta\hbar v_{\text{F}q}}} + \left( \frac{e^{iv_{\text{F}qt}}}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right)^2 \frac{1}{e^{\beta\hbar v_{\text{F}q}} - 1} \right], \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$\begin{aligned}
\langle b_{qL}^\dagger(t)b_{qR}^\dagger(0) \rangle &= \langle b_{qL}(t)b_{qR}(0) \rangle = \langle b_{qR}^\dagger(t)b_{qL}^\dagger(0) \rangle = \langle b_{qR}(t)b_{qL}(0) \rangle \\
&= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{K} - K \right) \left( \frac{e^{-iv_Fqt}}{1 - e^{-\beta\hbar v_Fq}} + \frac{e^{iv_Fqt}}{e^{\beta\hbar v_Fq} - 1} \right), \tag{C.11}
\end{aligned}$$

が得られる. 一方, 式 (4.9) を用いると,

$$\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle = \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} (e^{-iqx} \langle b_{qL}(t) b_{qL}^\dagger(0) \rangle + e^{iqx} \langle b_{qL}^\dagger(t) b_{qL}(0) \rangle), \tag{C.12}$$

$$\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle = \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} (e^{-iqx} \langle b_{qL}(t) b_{qR}(0) \rangle + e^{iqx} \langle b_{qL}^\dagger(t) b_{qR}^\dagger(0) \rangle), \tag{C.13}$$

$$\langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle = \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} (e^{-iqx} \langle b_{qR}^\dagger(t) b_{qL}^\dagger(0) \rangle + e^{iqx} \langle b_{qR}(t) b_{qL}(0) \rangle), \tag{C.14}$$

$$\langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle = \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} (e^{-iqx} \langle b_{qR}^\dagger(t) b_{qR}(0) \rangle + e^{iqx} \langle b_{qR}(t) b_{qR}^\dagger(0) \rangle), \tag{C.15}$$

となるので, 式 (C.8)~(C.11) を用いて,

$$\begin{aligned}
&\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle \\
&= \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{4n_q} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{-iqx - iqv_Ft}}{1 - e^{-\beta\hbar v_Fq}} + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{-iqx + iqv_Ft}}{e^{\beta\hbar v_Fq} - 1} \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{iqx - iqv_Ft}}{1 - e^{-\beta\hbar v_Fq}} + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{iqx + iqv_Ft}}{e^{\beta\hbar v_Fq} - 1} \right], \tag{C.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle \\
&= \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{4n_q} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{-iqx - iqv_Ft}}{1 - e^{-\beta\hbar v_Fq}} + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{-iqx + iqv_Ft}}{e^{\beta\hbar v_Fq} - 1} \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} + \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{iqx - iqv_Ft}}{1 - e^{-\beta\hbar v_Fq}} + \left( \frac{1}{\sqrt{K}} - \sqrt{K} \right)^2 \frac{e^{iqx + iqv_Ft}}{e^{\beta\hbar v_Fq} - 1} \right], \tag{C.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle = \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle \\
&= \sum_{n_q} \frac{e^{-aq} (e^{-iqx} + e^{iqx})}{4n_q} \left( \frac{1}{K} - K \right) \left( \frac{e^{-iqv_Ft}}{1 - e^{-\beta\hbar v_Fq}} + \frac{e^{iqv_Ft}}{e^{\beta\hbar v_Fq} - 1} \right), \tag{C.18}
\end{aligned}$$

となる. さらに定義式 (4.10), (4.11) より,

$$\langle \theta(x, t) \theta(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} (\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle + \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle - \langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle - \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle) \tag{C.19}$$

$$\langle \phi(x, t) \phi(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} (\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle + \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle + \langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle + \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle) \tag{C.20}$$

$$\langle \theta(x, t) \phi(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} (\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle - \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle + \langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle - \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle) \tag{C.21}$$

$$\langle \phi(x, t) \theta(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} (\langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle - \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle - \langle \tilde{\phi}_L(x, t) \tilde{\phi}_R(0, 0) \rangle + \langle \tilde{\phi}_R(x, t) \tilde{\phi}_L(0, 0) \rangle) \tag{C.22}$$

となるので, 式 (C.16)~(C.18) を用いて,

$$\langle \theta(x, t) \theta(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} K \left( \frac{e^{iq(-x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(-x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} + \frac{e^{iq(x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} \right) \quad (\text{C.23})$$

$$\langle \phi(x, t) \phi(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} \frac{1}{K} \left( \frac{e^{iq(-x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(-x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} + \frac{e^{iq(x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} \right) \quad (\text{C.24})$$

$$\langle \theta(x, t) \phi(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} \left( \frac{e^{iq(-x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} - \frac{e^{iq(-x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} - \frac{e^{iq(x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} \right) \quad (\text{C.25})$$

$$\langle \phi(x, t) \theta(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} \left( \frac{e^{iq(-x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} - \frac{e^{iq(-x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} - \frac{e^{iq(x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} \right) \quad (\text{C.26})$$

を得る. ここでカーボンナノチューブの長さ  $L$  を十分大きくとった時に,  $\frac{2\pi}{L} \sum_{n_q} \rightarrow \int dq$  と和を積分に置き換えられることを用いると,  $n_q = qL/2\pi$  を用いて,

$$G^{\theta\theta}(x, t) \equiv \langle \theta(x, t) \theta(0, 0) \rangle = \frac{K}{4} \{I(x, t) + I(-x, t)\}, \quad (\text{C.27})$$

$$G^{\phi\phi}(x, t) \equiv \langle \phi(x, t) \phi(0, 0) \rangle = \frac{1}{4K} \{I(x, t) + I(-x, t)\}, \quad (\text{C.28})$$

$$G^{\theta\phi}(x, t) \equiv \langle \phi(x, t) \theta(0, 0) \rangle = G^{\phi\theta}(x, t) \equiv \langle \theta(x, t) \phi(0, 0) \rangle = \frac{1}{4} \{I(x, t) - I(-x, t)\}, \quad (\text{C.29})$$

$$I(x, t) = \int_{2\pi/L}^{\infty} dq \frac{e^{-aq}}{q} \left( \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} + \frac{e^{-iq(x+v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} \right), \quad (\text{C.30})$$

と積分の形で表せる [25]. 格子定数  $a$  が十分小さいとき,

$$\begin{aligned} I(x, t) &= \int_{2\pi/L}^{\infty} dq \frac{e^{-aq}}{q} \left( \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta \hbar v_F q} - 1} + \frac{e^{-iq(x+v_F t)}}{1 - e^{-\beta \hbar v_F q}} \right) \\ &= \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{e^{-q(i(x+v_F t)+a)}}{q(1 - e^{-\beta \hbar v_F q})} + C_0, \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

と変形できる. ここで  $\mathcal{P}$  は主値積分を表し,  $C$  は  $L \rightarrow \infty$  で発散する  $L$  に依存する定数である.

被積分関数を  $f(q)$  とすると,  $x+t < 0$  では上半面を通る図 C.1 のような経路を取ると,

$$\begin{aligned} \oint dq f(q) &= \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dq f(q) + \int_{\text{小半円}} dq f(q) + \int_{\text{大半円}} dq f(q) \\ &= 2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} \text{Res}[f(2\pi in/\beta \hbar v_F)] \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

$q = 2\pi in/\beta \hbar v_F$  の極の留数は,

$$\left[ \frac{d}{dq} (q(1 - e^{-\beta \hbar v_F q})) \right]_{q=2\pi in/\beta \hbar v_F} = [(1 - e^{-\beta \hbar v_F z}) + \beta \hbar v_F z e^{-\beta \hbar v_F z}]_{q=2\pi in/\beta \hbar v_F} = \frac{1}{2\pi in}, \quad (\text{C.33})$$

を用いて,

$$\text{Res}[f(2\pi in/\beta \hbar v_F)] = \frac{y^n}{2\pi in}, \quad (y = e^{-2\pi i(i(x+v_F t)+a)/\beta \hbar v_F}), \quad (\text{C.34})$$

となるので,

$$2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} \text{Res}[f(2\pi in/\beta \hbar v_F)] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y^n}{n}, \quad (\text{C.35})$$

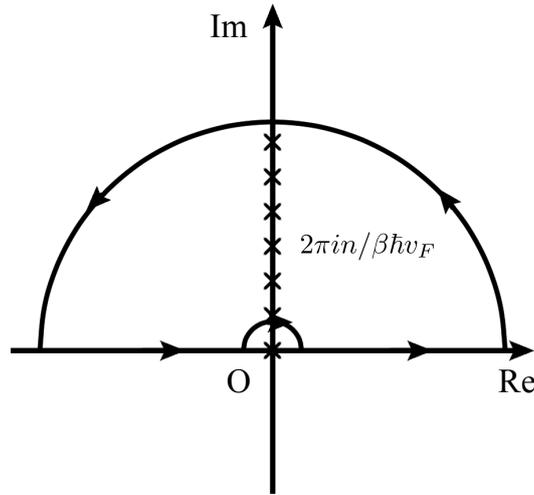


図 C.1 (C.32) 式中の積分経路

となる。また、大半円上の積分は 0 となる。最後に小半円上の積分は、半円の半径を  $\varepsilon \rightarrow 0$  として  $q = \varepsilon e^{i\theta}$ ,  $\alpha = -x - v_F t$  とすると

$$\int_{\text{小半円}} dq f(q) = \int_{\pi}^0 id\theta \frac{e^{\varepsilon e^{i\theta}(i\alpha - a)}}{(1 - e^{-\beta \hbar v_F \varepsilon e^{i\theta}})}, \quad (\text{C.36})$$

となることと、ローラン展開

$$\frac{1}{e^z - 1} = \frac{1}{z} - \frac{1}{2} + \frac{z}{12} + O(z^2), \quad (\text{C.37})$$

を用いて、

$$\begin{aligned} \int_{\pi}^0 id\theta \frac{e^{\varepsilon e^{i\theta}(i\alpha - a)}}{(1 - e^{-\beta \hbar v_F \varepsilon e^{i\theta}})} &\simeq \int_{\pi}^0 id\theta (1 + \varepsilon e^{i\theta}(i\alpha - a)) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\beta \hbar v_F \varepsilon e^{i\theta}} \right) \\ &= O(\varepsilon^{-1}) + \int_{\pi}^0 id\theta \left( \frac{1}{2} + \frac{i\alpha - a}{\beta \hbar v_F} \right) + O(\varepsilon) \\ &= C_1 - \frac{i\pi(i\alpha - a)}{\beta \hbar v_F} = C_1 - \frac{1}{2} \ln y \end{aligned} \quad (\text{C.38})$$

と計算される。ここで  $C_1$  は  $x, t$  を含まず、 $L$  のみに依存する定数であり、 $L \rightarrow \infty$  のとき  $C_1 \rightarrow \infty$  となる。よって  $x + t < 0$  のとき、

$$\mathcal{P} \int f(q) dq = \frac{1}{2} \log y + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y^n}{n} + C' \quad (\text{C.39})$$

同様の計算により、 $x + t > 0$  のとき、

$$\mathcal{P} \int f(q) dq = -\frac{1}{2} \log y + \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{y^n}{n} + C'', \quad (\text{C.40})$$

が得られる. ここで  $C'$ ,  $C''$  は  $L$  のみに依存する定数である ( $L \rightarrow \infty$  のとき  $C', C'' \rightarrow \infty$ ). 以上より

$$\begin{aligned}
I(x, t) &= \int_{2\pi/L}^{\infty} dq \frac{e^{-aq}}{q} \left( \frac{e^{iq(-x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta\hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta\hbar v_F q} - 1} \right) \\
&= -\theta(x + v_F t) \left( \frac{1}{2} \ln y + \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{y^n}{n} \right) + \theta(-x - v_F t) \left( \frac{1}{2} \ln y + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y^n}{n} \right) + C \\
&= -\theta(x + v_F t) \left( \ln y^{1/2} + \ln(1 - y^{-1}) \right) - \theta(-x - v_F t) \left( \ln y^{-1/2} + \ln(1 - y^{-1}) \right) + C \\
&= -\ln \left[ \text{sgn}(x + v_F t) (y^{1/2} - y^{-1/2}) \right] + C \\
&= -\ln \left[ -2i \text{sgn}(x + v_F t) \sin \left( \frac{\pi(i(x + v_F t) + a)}{\beta\hbar v_F} \right) \right] + C \\
&= -\ln \left[ -2 \text{sgn}(x + v_F t) \sinh \left( \frac{\pi(ia - x - v_F t)}{\beta\hbar v_F} \right) \right] + C \tag{C.41}
\end{aligned}$$

と計算できる. ここで  $C$  は  $x + v_F t$  の符号にのみ依存する  $L \rightarrow \infty$  で発散する定数である.

定数  $C$  は絶対零度極限 ( $T \rightarrow 0$ ) での相関関数の計算から決める.  $T = 0$  では, 積分を和に戻して,

$$\begin{aligned}
I(x, t) &= \sum_{n_q} \frac{e^{-aq}}{n_q} \left( \frac{e^{iq(-x-v_F t)}}{1 - e^{-\beta\hbar v_F q}} + \frac{e^{iq(x+v_F t)}}{e^{\beta\hbar v_F q} - 1} \right) \\
&= \sum_{n_q} \frac{1}{n_q} e^{-q(a+ix+it)} = -\ln \left( 1 - e^{-2\pi(a+ix+iv_F t)/L} \right), \tag{C.42}
\end{aligned}$$

となる. さらに  $L \rightarrow \infty$  の極限を考えると,

$$I(x, t) = -\ln \left( \frac{2\pi}{L} (a + ix + iv_F t) \right) \tag{C.43}$$

と計算される. この式を再現するように  $C$  を選ぶと,

$$C = -\ln \left[ \text{sgn}(x + v_F t) \frac{i\beta\hbar v_F}{L} \right], \tag{C.44}$$

となる. よって, 最終的に求める積分は

$$I(x, t) = -\ln \left[ \frac{2i\beta\hbar v_F}{L} \sinh \left( \frac{\pi(ia - x - v_F t)}{\beta\hbar v_F} \right) \right] \tag{C.45}$$

となる. さらに

$$\begin{aligned}
\tilde{I}(x, t) &= I(x, t) - I(0, 0) \\
&= \ln \left[ \frac{\sinh(i\pi a / \beta\hbar v_F)}{\sinh(\pi(ia - x - v_F t) / \beta\hbar v_F)} \right], \tag{C.46}
\end{aligned}$$

と置くと, 式 (C.27)-(C.29) より,

$$\tilde{G}^{\theta\theta}(x, t) = G^{\theta\theta}(x, t) - G^{\theta\theta}(0, 0) = \frac{K}{4} \{ \tilde{I}(x, t) + \tilde{I}(-x, t) \}, \tag{C.47}$$

$$\tilde{G}^{\phi\phi}(x, t) = G^{\phi\phi}(x, t) - G^{\phi\phi}(0, 0) = \frac{1}{4K} \{ \tilde{I}(x, t) + \tilde{I}(-x, t) \}, \tag{C.48}$$

$$\tilde{G}^{\theta\phi}(x, t) = G^{\theta\phi}(x, t) - G^{\theta\phi}(0, 0) = \frac{1}{4} \{ \tilde{I}(x, t) - \tilde{I}(-x, t) \}, \tag{C.49}$$

$$\tilde{G}^{\phi\theta}(x, t) = G^{\phi\theta}(x, t) - G^{\phi\theta}(0, 0) = \frac{1}{4} \{ \tilde{I}(x, t) - \tilde{I}(-x, t) \}, \tag{C.50}$$

となる. 式 (C.46)-(C.50) の結果に対して, 添字  $j, \delta$  を復活させることで, 式 (4.52)-(4.54) が導出される.

## 付録 D

# クリーンな接合界面の場合の解析計算

5.1 節でクリーンな接合界面でのギルバート減衰の増大  $\delta\alpha_{G,1}$  が以下の式で与えられることを見た:

$$\begin{aligned}
\delta\alpha_{G,1} &= -\frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \int_0^1 d\tilde{x} \int_0^1 d\tilde{y} \int_0^\infty d\tilde{t} \sin\tilde{\omega}_0\tilde{t} \\
&\quad \times \text{Im} \left[ e^{i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(i\tilde{a} - (\tilde{x} - \tilde{y}) - \tilde{t})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma+1} \left( \sinh \frac{\pi(i\tilde{a} + (\tilde{x} - \tilde{y}) - \tilde{t})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma-1} \right] \\
&= -\frac{2N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \int_V d\tilde{u}_1 d\tilde{u}_2 \left(1 - \frac{|\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2|}{2}\right) \sin \left[ \frac{\tilde{\omega}_0(\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2)}{2} \right] \\
&\quad \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{u}_1 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma+1} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{u}_2 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma-1} \right]. \tag{D.1}
\end{aligned}$$

実際の実験状況では  $\tilde{a} \ll 1, \tilde{\omega}_0 \ll 1$  としてよい。また、 $\hbar v_{\text{F}}/k_{\text{B}} \simeq 5 \times 10^{-5} \text{ K} \cdot \text{m}$  となるので、本研究で考える温度領域・接合の長さでは  $\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0 \ll 1$  としてよい。

まず  $\tilde{L}_{\text{th}} \gg 1$  の場合を考える。

この場合には積分範囲内で  $\frac{\tilde{x}-\tilde{y}}{\tilde{L}_{\text{th}}} \simeq 0$  と近似出来るので、位置の積分を落として

$$\delta\alpha_{G,1} = -\frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \int_0^\infty d\tilde{t} \sin\tilde{\omega}_0\tilde{t} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{t} - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-2\gamma} \right] \tag{D.2}$$

$\tilde{T} = \tilde{\omega}_0\tilde{t}$  として上式は

$$\delta\alpha_{G,1} = -\frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a}\tilde{\omega}_0)^2} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \int_0^\infty d\tilde{T} \sin\tilde{T} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{T} - i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right)^{-2\gamma} \right] \tag{D.3}$$

となる.  $\tilde{T}$  が小さい時には  $\sinh \frac{\pi(\tilde{T}-i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \simeq \frac{\pi(\tilde{T}-i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}$ ,  $\tilde{T}$  が大きい時には  $\sinh \frac{\pi(\tilde{T}-i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \simeq \frac{1}{2} \exp\left(\frac{\pi\tilde{T}}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}\right)$  と出来るので,

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,1} &\simeq \frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a}\tilde{\omega}_0)^2} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \\ &\quad \times \left( \int_0^{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} d\tilde{T} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma\tilde{T}} \left( \frac{2\pi(\tilde{T}-i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right)^{-2\gamma} \right] + \int_{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}^{\infty} d\tilde{T} \sin(\pi\gamma) \text{Im} \left[ e^{i\tilde{T}} e^{-2\pi\tilde{T}/\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right] \right) \\ &\simeq \frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a}\tilde{\omega}_0)^2} \left(\frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \sin(\pi\gamma) \left( \frac{(\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0)^2}{(2\pi)^{2\gamma}(-2\gamma+2)} + \text{Im} \left[ \frac{e^{-2\pi\gamma}}{i-2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right] \right) \\ &\simeq \frac{4N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{\tilde{L}_{\text{th}}^2}{(\pi\tilde{a})^2} \left(\frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \sin(\pi\gamma) \left( -\frac{e^{-2\pi\gamma}}{4\pi^{2\gamma}} + \frac{1}{(2\pi)^{2\gamma}(-2\gamma+2)} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

が得られる. 温度依存性は,  $\tilde{L}_{\text{th}} = L_{\text{th}}/W$  の中のみ含まれるので, 温度および接合の長さ依存性は  $N_{\text{FI}} \propto W^1$  を考慮して,

$$\delta\alpha_{G,1} \propto T^{2\gamma-2} W (L_{\text{th}} = \frac{\hbar v_{\text{F}}}{k_{\text{B}}T} \gg W), \quad (\text{D.5})$$

となる.

続いて  $\tilde{L}_{\text{th}} \ll 1$  の場合を考える.

(D.1) 式の  $r$  の和を復活させ,  $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2$  の入れ替えに対して不変になるようにする:

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,1} &= -\frac{2N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \sum_r \frac{1}{2} \int_V d\tilde{u}_1 d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{|\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2|}{2} \right) \sin \left[ \frac{\tilde{\omega}_0(\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2)}{2} \right] \\ &\quad \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{u}_1 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma+r} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{u}_2 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma-r} \right]. \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

積分領域  $V$  の中で,  $|\tilde{u}_1|, |\tilde{u}_2|$  が大きい時にはそれぞれ,

$$\sinh \left( \frac{\pi}{\tilde{L}_{\text{th}}} (\tilde{u}_1 - i\tilde{a}) \right) \simeq \frac{1}{2} \text{sgn}(\tilde{u}_1) e^{\pi|\tilde{u}_1|/\tilde{L}_{\text{th}}}, \quad (\text{D.7})$$

$$\sinh \left( \frac{\pi}{\tilde{L}_{\text{th}}} (\tilde{u}_2 - i\tilde{a}) \right) \simeq \frac{1}{2} \text{sgn}(\tilde{u}_2) e^{\pi|\tilde{u}_2|/\tilde{L}_{\text{th}}}, \quad (\text{D.8})$$

と近似出来る. 一方で,  $|\tilde{u}_1|, |\tilde{u}_2|$  が小さい時にはそれぞれ,

$$\sinh \left( \frac{\pi}{\tilde{L}_{\text{th}}} (\tilde{u}_1 - i\tilde{a}) \right) \simeq \frac{\pi(\tilde{u}_1 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}}, \quad (\text{D.9})$$

$$\sinh \left( \frac{\pi}{\tilde{L}_{\text{th}}} (\tilde{u}_2 - i\tilde{a}) \right) \simeq \frac{\pi(\tilde{u}_2 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}}, \quad (\text{D.10})$$

と近似出来る. 従って  $\tilde{u}_2 \geq \tilde{u}_1$  の部分のみを考え, 以下のように積分領域を分割できる:

$$\frac{1}{2} \sum_r \int_V d\tilde{u}_1 d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{|\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2|}{2} \right) \sin \left[ \frac{\tilde{\omega}_0(\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2)}{2} \right] \\ \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{u}_1 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma+r} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{u}_2 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma-r} \right] = \sum_r \sum_{j=1}^6 I_j, \quad (\text{D.11})$$

$$I_1 = -2^{2\gamma} \sin(\pi\gamma) \int_{\tilde{u}_2-2}^{\tilde{u}_2} d\tilde{u}_1 \int_2^\infty d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1}{2} \right) \text{Im} \left[ e^{i\tilde{\omega}_0 \frac{\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2}{2} - \pi((\gamma-r)\tilde{u}_1 + (\gamma+r)\tilde{u}_2)/\tilde{L}_{\text{th}}} \right], \quad (\text{D.12})$$

$$I_2 = -2^{2\gamma} \sin(\pi\gamma) \int_{\tilde{L}_{\text{th}}}^{\tilde{u}_2} d\tilde{u}_1 \int_{\tilde{L}_{\text{th}}}^2 d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1}{2} \right) \text{Im} \left[ e^{i\tilde{\omega}_0 \frac{\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2}{2} - \pi((\gamma-r)\tilde{u}_1 + (\gamma+r)\tilde{u}_2)/\tilde{L}_{\text{th}}} \right], \quad (\text{D.13})$$

$$I_3 = -2^{2\gamma} \sin(\pi r) \int_{\tilde{u}_2-2}^{-\tilde{L}_{\text{th}}} d\tilde{u}_1 \int_1^2 d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1}{2} \right) \text{Im} \left[ e^{i\tilde{\omega}_0 \frac{\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2}{2} - \pi(-(\gamma-r)\tilde{u}_1 + (\gamma+r)\tilde{u}_2)/\tilde{L}_{\text{th}}} \right], \quad (\text{D.14})$$

$$I_4 = -2^{2\gamma} \sin(\pi r) \int_{-\tilde{u}_2}^{-\tilde{L}_{\text{th}}} d\tilde{u}_1 \int_{\tilde{L}_{\text{th}}}^1 d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1}{2} \right) \text{Im} \left[ e^{i\tilde{\omega}_0 \frac{\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2}{2} - \pi(-(\gamma-r)\tilde{u}_1 + (\gamma+r)\tilde{u}_2)/\tilde{L}_{\text{th}}} \right], \quad (\text{D.15})$$

$$I_5 = \int_{-\tilde{u}_2}^{\tilde{u}_2} d\tilde{u}_1 \int_0^{\tilde{L}_{\text{th}}} d\tilde{u}_2 \frac{\tilde{\omega}_0}{4} \left( \frac{\pi}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-2\gamma} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} (2 + (\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2)) (\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2) (\tilde{u}_1 - i\tilde{a})^{-\gamma+r} (\tilde{u}_2 - i\tilde{a})^{-\gamma-r} \right], \quad (\text{D.16})$$

$$I_6 = \int_{-\tilde{L}_{\text{th}}}^{\tilde{L}_{\text{th}}} d\tilde{u}_1 \int_{\tilde{L}_{\text{th}}}^2 d\tilde{u}_2 \left( 1 - \frac{\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1}{2} \right) 2^{-\gamma-r} \text{Im} \left[ e^{i\tilde{\omega}_0 \frac{\tilde{u}_2}{2} - \pi(\gamma+r)\tilde{u}_2/\tilde{L}_{\text{th}}} \right] \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \frac{\pi(\tilde{u}_1 - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-\gamma+r} \right] \quad (\text{D.17})$$

積分公式

$$\int x e^{-ax} dx = \frac{e^{-ax}(-ax - 1)}{a^2}, \quad (\text{D.18})$$

と,  $1/\tilde{L}_{\text{th}} = W/L_{\text{th}} \gg 1$  を指数に含む項がゼロになることを用いて

$$I_1 = -2^{2\gamma} \sin(\pi\gamma) \text{Im} \left[ \frac{-e^{2(i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}})}}{\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right) \left(i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} - \frac{e^{-2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} - 1}{2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)^2 \left(i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} e^{2(i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}})} \right] \simeq 0 \quad (\text{D.19})$$

$$I_2 \simeq -2^{2\gamma} \sin(\pi\gamma) \times \text{Im} \left[ \frac{2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right) - 1}{2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)^2} \times \left( \frac{e^{2(i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}})} - e^{(i\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma)}}{i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}}} - \frac{e^{2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} - e^{\left(\frac{i\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)\right)}}{\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)/\tilde{L}_{\text{th}}} \right) + \frac{e^{2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} \left(2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right) - 1\right) - e^{\left(\frac{i\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)\right)} \left(\frac{i\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r) - 1\right)}{2\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)^2 \left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} \right] \simeq \text{Im} \left[ \frac{-2^{2\gamma} \sin(\pi\gamma)}{\left(\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma - r)/\tilde{L}_{\text{th}}\right)} \left( \frac{-1}{i\tilde{\omega}_0 - 2\pi\gamma/\tilde{L}_{\text{th}}} - \frac{-1}{\frac{i\tilde{\omega}_0}{2} - \pi(\gamma + r)/\tilde{L}_{\text{th}}} \right) \right], \quad (\text{D.20})$$

$$I_3 \simeq 0, \quad (\text{D.21})$$

$$I_4 \simeq 0, \quad (\text{D.22})$$

$$I_5 \simeq \frac{\tilde{\omega}_0}{4} \left(\frac{\pi}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{-2\gamma} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \frac{(\tilde{L}_{\text{th}})^{-2\gamma+4}}{-2\gamma+4} \left( \frac{1}{-\gamma+r+3} - \frac{1}{-\gamma+r+1} \right) (1 - (-1)^{-\gamma+r+3}) + e^{-i\pi\gamma} \frac{(\tilde{L}_{\text{th}})^{-2\gamma+3}}{-2\gamma+3} \left( \frac{2(1 - (-1)^{-\gamma+r+2})}{-\gamma+r+2} - \frac{2(1 + (-1)^{-\gamma+r+2})}{-\gamma+r+1} \right) \right] \simeq \frac{\tilde{\omega}_0 \tilde{L}_{\text{th}}^3}{4\pi^{2\gamma}(-2\gamma+3)} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma} \left( \frac{2(1 - (-1)^{-\gamma+r+2})}{-\gamma+r+2} - \frac{2(1 + (-1)^{-\gamma+r+2})}{-\gamma+r+1} \right) \right], \quad (\text{D.23})$$

$$I_6 \simeq \frac{\tilde{\omega}_0 \tilde{L}_{\text{th}}^3 \pi^{-\gamma+r+2} e^{-\pi(\gamma+r)} 2^{-\gamma-r-1}}{\pi^2(\gamma+r)^2(-\gamma+r+1)} \text{Im} \left[ (1 - (-1)^{-\gamma+r+1}) e^{-i\pi\gamma} \right] \quad (\text{D.24})$$

となる. 再び  $\tilde{\omega}_0 \ll 1/L_{\text{th}}$  を用いて,

$$\delta\alpha_{G,1} = \frac{2N_{\text{CNT}}S_0J_1^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/W)^2} \frac{\tilde{L}_{\text{th}}^3}{(\pi\tilde{a})^2} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma} \left( \frac{2^{2\gamma}\gamma \sin(\pi\gamma)}{\pi^3(\gamma^2 - 1)^2} + \frac{1}{2\pi^{2\gamma}(-2\gamma+3)} \left[ \sum_{k=0}^3 \frac{\sin(\pi\gamma)(-1)^k - \sin(2\pi\gamma)}{(\gamma-k)} \right] + (\sin(\pi\gamma) - \sin(2\pi\gamma)) \sum_r \frac{\pi^{-\gamma+r} e^{-\pi(\gamma+r)} 2^{-\gamma-r-1}}{(\gamma+r)^2(-\gamma+r+1)} \right) \quad (\text{D.25})$$

となる。温度依存性は、 $\tilde{L}_{\text{th}} = L_{\text{th}}/W$  の中にのみ含まれるので、温度および接合の長さ依存性は  $N_{\text{FI}} \propto W^1$  を考慮して、

$$\delta\alpha_{G,1} \propto T^{2\gamma-3}, \quad (L_{\text{th}} = \frac{\hbar v_{\text{F}}}{k_{\text{B}}T} \gg W), \quad (\text{D.26})$$

となる。

## 付録 E

# 乱れた接合界面の場合の解析計算

5.1 節で乱れた接合界面でのギルバート減衰の増大  $\delta\alpha_{G,2}$  が以下の式で与えられることを見た:

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,2} = & -\frac{N_{\text{CNT}}S_0J_2^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/a)(\hbar v_{\text{F}}/W)} \frac{1}{(\pi\tilde{a})^2\tilde{\omega}_0} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \int_0^\infty d\tilde{t} \sin(\tilde{\omega}_0\tilde{t}) \\ & \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{t} - i\tilde{a})}{\tilde{L}_{\text{th}}} \right)^{-2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

$\tilde{T} = \tilde{\omega}_0\tilde{t}$  として上式は

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,2} = & -\frac{N_{\text{CNT}}S_0J_2^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/a)(\hbar v_{\text{F}}/W)} \frac{1}{(\pi\tilde{a}\tilde{\omega}_0)^2} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left(\frac{\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \int_0^\infty d\tilde{T} \sin\tilde{T} \\ & \times \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \left( \sinh \frac{\pi(\tilde{T} - i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right)^{-2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

となる. 本研究で考える温度領域では  $\tilde{a}\tilde{\omega}_0 = a\omega_0/v_{\text{F}} \ll 1$ ,  $\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0 = L_{\text{th}}\omega_0/v_{\text{F}} \ll 1$  としてよい.

$\tilde{T}$  が小さい時には  $\sinh \frac{\pi(\tilde{T} - i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \simeq \frac{\pi(\tilde{T} - i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}$ ,  $\tilde{T}$  が大きい時には  $\sinh \frac{\pi(\tilde{T} - i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \simeq \frac{1}{2} \exp\left(\frac{\pi\tilde{T}}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}\right)$  と出来るので,

$$\begin{aligned} \delta\alpha_{G,2} \simeq & \frac{N_{\text{CNT}}S_0J_2^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/a)(\hbar v_{\text{F}}/W)} \frac{1}{(\pi\tilde{a}\tilde{\omega}_0)^2} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left(\frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \\ & \times \left( \int_0^{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} d\tilde{T} \text{Im} \left[ e^{-i\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \tilde{T} \left( \frac{2\pi(\tilde{T} - i\tilde{a}\tilde{\omega}_0)}{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right)^{-2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \right] \right. \\ & \quad \left. + \int_{\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0}^\infty d\tilde{T} \sin(\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}) \text{Im} \left[ e^{i\tilde{T}} e^{-2\pi\tilde{T}\gamma_{r\alpha r'\alpha'}/\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right] \right) \\ \simeq & \frac{N_{\text{CNT}}S_0J_2^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/a)(\hbar v_{\text{F}}/W)} \frac{1}{(\pi\tilde{a}\tilde{\omega}_0)^2} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left(\frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \sin(\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}) \\ & \times \left( \frac{(\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0)^2}{(2\pi)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}}(-2\gamma_{r\alpha r'\alpha'} + 2)} + \text{Im} \left[ \frac{e^{-2\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}}}{i - 2\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}/\tilde{L}_{\text{th}}\tilde{\omega}_0} \right] \right) \\ \simeq & \frac{N_{\text{CNT}}S_0J_2^2}{N_{\text{FI}}(\hbar v_{\text{F}}/a)(\hbar v_{\text{F}}/W)} \frac{\tilde{L}_{\text{th}}^2}{(\pi\tilde{a})^2} \sum_{r,r',\alpha,\alpha'} \left(\frac{2\pi\tilde{a}}{\tilde{L}_{\text{th}}}\right)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}} \sin(\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}) \\ & \times \left( \frac{e^{-2\pi\gamma_{r\alpha r'\alpha'}}}{-4\pi^2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}^2} + \frac{1}{(2\pi)^{2\gamma_{r\alpha r'\alpha'}}(-2\gamma_{r\alpha r'\alpha'} + 2)} \right) \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

が得られる.

$\tilde{a} \ll \tilde{L}_{\text{th}}$  より,  $r, \alpha, r', \alpha'$  についての和のうち,  $\gamma_{r\alpha r'\alpha'}$  が最も小さくなるようなものだけが  $\delta\alpha_{G,2}$  に寄与することを用いると,  $\delta\alpha_{G,2}$  の温度依存性・接合の長さ依存性は,

$$\delta\alpha_{G,2} \propto T^{2\gamma_{\min}-2}W, \quad (\text{E.4})$$

$$\gamma_{\min} = \min_{r,\alpha,r',\alpha'}[\gamma_{r\alpha r'\alpha'}], \quad (\text{E.5})$$

となる.

# 謝辞

本研究を進めるにあたって、加藤岳生先生には大変丁寧にご指導頂きました。研究を進める上での心持ちや考え方から具体的な計算の手法や論文草稿の添削まで、様々なことを教えて頂きました。心より感謝申し上げます。また、共同研究者の松尾衛先生にもスピントロニクスに関して議論をさせて頂きました。大変感謝しております。同じく共同研究者の T. Jonckheere 先生の計算ノートも朝永・ラッティンジャー液体の考え方を学ぶ上で大変参考になりました。大変感謝しております。

研究室の同期である佐藤哲也さん、先輩である石川卓門さんと山正樹さん、ポスドクとして赴託されていた玉谷知裕さんには大学院生活の過ごし方に関するお話やたわい無い雑談などをして頂き、楽しく研究室生活を送ることが出来ました。特に佐藤さんとは輪講も行い、その際に大いに刺激を受けました。大変感謝しております。秘書の江口さんには学会への参加申請や研究室の備品の調達など様々なサポートをして頂きました。大変感謝しております。

## 参考文献

- [1] Sumio Iijima. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature*, Vol. 354, No. 6348, pp. 56–58, 1991.
- [2] B.G Demczyk, Y.M Wang, J Cumings, M Hetman, W Han, A Zettl, and R.O Ritchie. Direct mechanical measurement of the tensile strength and elastic modulus of multiwalled carbon nanotubes. *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 334, No. 1, pp. 173–178, 2002.
- [3] S.H. Kim, G.W. Mulholland, and M.R. Zachariah. Density measurement of size selected multiwalled carbon nanotubes by mobility-mass characterization. *Carbon*, Vol. 47, No. 5, pp. 1297–1302, 2009.
- [4] 室賀駿, 三木康彰, 岸良一, 友納茂樹, 小久保研, 岡崎俊也, 畠賢治, 林正彦, 和田舜, 渡邊康成, 諸橋龍, 吉井康, 古賀周治. 高韌性多層 cnt/peek 複合材料の創製及び評価. *成形加工*, Vol. 33, No. 12, pp. 438–440, 2021.
- [5] 斯波弘行. 新版 固体の電子論. 2019.
- [6] Marc Bockrath, David H. Cobden, Jia Lu, Andrew G. Rinzler, Richard E. Smalley, Leon Balents, and Paul L. McEuen. Luttinger-liquid behaviour in carbon nanotubes. *Nature*, Vol. 397, No. 6720, pp. 598–601, 1999.
- [7] Charles Kittel. On the theory of ferromagnetic resonance absorption. *Phys. Rev.*, Vol. 73, pp. 155–161, Jan 1948.
- [8] M. Haertinger, C. H. Back, J. Lotze, M. Weiler, S. Geprägs, H. Huebl, S. T. B. Goennenwein, and G. Woltersdorf. Spin pumping in yig/pt bilayers as a function of layer thickness. *Phys. Rev. B*, Vol. 92, p. 054437, Aug 2015.
- [9] Balázs Dóra, Miklós Gulácsi, Ferenc Simon, and Hans Kuzmany. Spin gap and luttinger liquid description of the nmr relaxation in carbon nanotubes. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 99, p. 166402, Oct 2007.
- [10] Y. Ihara, P. Wzietek, H. Alloul, M. H. Rummeli, Th. Pichler, and F. Simon. Incidence of the tomonaga-luttinger liquid state on the nmr spin-lattice relaxation in carbon nanotubes. *Europhysics Letters*, Vol. 90, No. 1, p. 17004, may 2010.
- [11] P. M. Singer, P. Wzietek, H. Alloul, F. Simon, and H. Kuzmany. Nmr evidence for gapped spin excitations in metallic carbon nanotubes. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 95, p. 236403, Nov 2005.
- [12] Tsuneya Ando. Theory of electronic states and transport in carbon nanotubes. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 74, No. 3, pp. 777–817, 2005.
- [13] Ashavani Kumar and Davood Fathi. A review of electronic band structure of graphene and carbon nanotubes using tight binding. *Journal of Nanotechnology*, Vol. 2011, p. 471241, 2011.

- [14] 宮戸祐治. カーボンナノチューブの基礎と応用. *Journal of MMIJ*, Vol. 127, No. 2, pp. 61–68, 2011.
- [15] Hiroyoshi Ishii, Hiromichi Kataura, Hidetsugu Shiozawa, Hideo Yoshioka, Hideo Otsubo, Yasuhiro Takayama, Tsuneaki Miyahara, Shinzo Suzuki, Yohji Achiba, Masashi Nakatake, Takamasa Narimura, Mitsuharu Higashiguchi, Kenya Shimada, Hirofumi Namatame, and Masaki Taniguchi. Direct observation of tomonaga–luttinger-liquid state in carbon nanotubes at low temperatures. *Nature*, Vol. 426, No. 6966, pp. 540–544, 2003.
- [16] Yuichi Ohnuma, Hiroto Adachi, Eiji Saitoh, and Sadamichi Maekawa. Enhanced dc spin pumping into a fluctuating ferromagnet near  $T_C$ . *Phys. Rev. B*, Vol. 89, p. 174417, May 2014.
- [17] M. Matsuo, Y. Ohnuma, T. Kato, and S. Maekawa. Spin current noise of the spin seebeck effect and spin pumping. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 120, p. 037201, Jan 2018.
- [18] T. Kato, Y. Ohnuma, M. Matsuo, J. Rech, T. Jonckheere, and T. Martin. Microscopic theory of spin transport at the interface between a superconductor and a ferromagnetic insulator. *Phys. Rev. B*, Vol. 99, p. 144411, Apr 2019.
- [19] Yuya Ominato and Mamoru Matsuo. Quantum oscillations of gilbert damping in ferromagnetic/graphene bilayer systems. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 89, No. 5, p. 053704, 2020.
- [20] T. Yamamoto, T. Kato, and M. Matsuo. Spin current at a magnetic junction as a probe of the kondo state. *Phys. Rev. B*, Vol. 104, p. L121401, Sep 2021.
- [21] M. Yama, M. Tatsuno, T. Kato, and M. Matsuo. Spin pumping of two-dimensional electron gas with rashba and dresselhaus spin-orbit interactions. *Phys. Rev. B*, Vol. 104, p. 054410, Aug 2021.
- [22] Yuya Ominato, Ai Yamakage, Takeo Kato, and Mamoru Matsuo. Ferromagnetic resonance modulation in  $d$ -wave superconductor/ferromagnetic insulator bilayer systems. *Phys. Rev. B*, Vol. 105, p. 205406, May 2022.
- [23] Yuya Ominato, Ai Yamakage, and Mamoru Matsuo. Anisotropic superconducting spin transport at magnetic interfaces. *Phys. Rev. B*, Vol. 106, p. L161406, Oct 2022.
- [24] Takumi Funato, Takeo Kato, and Mamoru Matsuo. Spin pumping into anisotropic dirac electrons. *Phys. Rev. B*, Vol. 106, p. 144418, Oct 2022.
- [25] Jan von Delft and Herbert Schoeller. Bosonization for beginners — refermionization for experts. *Annalen der Physik*, Vol. 510, No. 4, pp. 225–305, 1998.
- [26] Charles Kane, Leon Balents, and Matthew P. A. Fisher. Coulomb interactions and mesoscopic effects in carbon nanotubes. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 79, pp. 5086–5089, Dec 1997.
- [27] C. L. Kane and Matthew P. A. Fisher. Transmission through barriers and resonant tunneling in an interacting one-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B*, Vol. 46, pp. 15233–15262, Dec 1992.
- [28] Hideo Yoshioka and Arkadi A. Odintsov. Electronic properties of armchair carbon nanotubes: Bosonization approach. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, pp. 374–377, Jan 1999.
- [29] Egger, R. and Gogolin, A. O. Correlated transport and non-fermi-liquid behavior in single-wall carbon nanotubes. *Eur. Phys. J. B*, Vol. 3, No. 3, pp. 281–300, 1998.
- [30] 永長直人. 電子相関における場の量子論. 1998.