

修士論文

二次元電子系と磁性体の接合におけるスピントロニクス効果の理論的研究

(Theoretical study of Spin Seebeck effect in magnetic junctions with two-dimensional electron gas)

細川海慈

2024年9月4日

目次

第 1 章	序論	1
1.1	イントロダクション	1
1.2	逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果	1
1.3	ボルツマン方程式による理論解析	2
1.4	本論文の目的	3
1.5	本論文の構成	3
第 2 章	定式化	5
2.1	セットアップ	5
2.2	模型	5
2.2.1	二次元電子系: 運動エネルギーとスピン軌道相互作用	6
2.2.2	二次元電子系: 不純物	8
2.2.3	不純物散乱による遷移確率	8
2.2.4	強磁性絶縁体	9
2.2.5	接合界面での交換相互作用	10
2.2.6	界面スピン散乱による遷移確率	11
2.3	線形応答	13
2.3.1	不純物散乱による衝突項	14
2.3.2	界面スピン散乱による衝突項	15
2.3.3	解くべき式	17
2.4	逐次代入	18
2.5	スピン密度	23
2.6	電流	24
第 3 章	結果	27
3.1	スピン密度	27
3.1.1	強磁性絶縁体のスピン方位依存性	27
3.1.2	温度依存性	28
3.2	電流	28
3.2.1	強磁性体のスピン方位依存性	28

3.2.2	温度依存性	30
3.3	分布関数の変化	32
3.3.1	$\alpha = 0$ の場合	32
3.3.2	$\alpha/\beta = 1.1$ の場合	32
3.3.3	$\alpha/\beta = 3$ の場合	33
3.3.4	$\alpha/\beta = \infty$ の場合	33
3.3.5	物理的な解釈	33
3.4	電流の大きさの見積もり	33
第 4 章	まとめ	36
謝辞		37
参考文献		38

第 1 章

序論

1.1 イントロダクション

近年、次世代の高速・省エネルギー電子技術として、電子のスピン角運動量も利用したスピントロニクスと呼ばれる分野が注目を集めている [1]。スピントロニクスの研究は様々な物質に対して行われているが、微細加工技術を用いた半導体スピントロニクスへの展開も行われている。半導体ヘテロ構造に形成される二次元電子ガスにはラシュバ型とドレッシェルハウス型の二つのスピン軌道相互作用が存在し、それらのスピン軌道相互作用による有効磁場を用いて、電子のスピンを制御することができる。

本章では、1.2 節で半導体ヘテロ構造における二次元電子ガスで生じるスピン-電流変換現象である逆エーデルシュタイン効果について簡単に説明する。また、スピンプンピングによって生じる逆エーデルシュタイン効果の実験結果についても簡単に触れる。次に、1.3 節で、スピンプンピングによって生じる逆エーデルシュタイン効果について、ボルツマン方程式を用いた理論研究 [2] について説明する。最後に本論文の研究目的をまとめる。

1.2 逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果

空間反転対称性のない系では一般にラシュバ型スピン軌道相互作用が存在する。二次元電子系の場合は、垂直方向の電子の閉じ込めポテンシャルが非対称になっている場合に、このようなラシュバ型スピン軌道相互作用が現れる。その場合、二次元電子系に電流を流すことによって磁化が生じる現象 (ラシュバ・エーデルシュタイン効果 [3]) が起きる。また、その逆効果であるスピン磁化から電流への変換現象は、逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果と呼ばれる。ラシュバ・エーデルシュタイン効果と逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果はともに半導体スピントロニクスにおいて、長年重要な研究対象になっている。

以下では、強磁性体からラシュバ型スピン軌道相互作用を持つ二次元電子系へのスピンプンピングによって生じる逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果の実験例 [4] を紹介する。この実験では、強磁性金属として NiFe、ラシュバ型スピン軌道相互作用が存在する二次元電子系として Ag/Bi 界面を用いている (図 1.1 の左の模式図)。図 1.1(a) は、NiFe と

図 1.1: スピンポンピングによる逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果の実験例。右図 (a) は NiFe と Ag のみの接合、(b) は NiFe と Bi のみの接合、(c) は NiFe と Ag と Bi の接合 (左図の状況)。横軸は外部から印加する DC 磁場であり、縦軸は強磁性共鳴の吸収スペクトルを磁場で微分したもの (上図)、接合物質に流れる電流 (下図)。[4] より引用。

Ag のみの接合、(b) は NiFe と Bi のみの接合、(c) は NiFe と Ag と Bi の接合 (左図の状況) に対する実験結果を示す。上のグラフは強磁性共鳴の吸収スペクトルを磁場で微分した量を磁場の関数としてプロットしており、山と谷の中間点が吸収スペクトルのピークである。下のグラフは系に生じる電流を図示している。(c) において大きな電流が現れることから、NiFe/Ag/Bi 試料の Ag/Bi 界面において、逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果が生じていると結論づけられた [4]。

1.3 ボルツマン方程式による理論解析

二次元電子系では一般にラシュバ型スピン軌道相互作用に加えて、結晶中の反転対称性に由来するドレッセルハウス型スピン軌道相互作用も共存している。2種類のスピン軌道相互作用が共存することで、アハロノフ・キャッシャー効果 [5] や永久スピンらせん状態 [6] が生じることが知られている。以下では、二種のスピン軌道相互作用が共存する二次元電子系において、スピンポンピングによって生じる逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果の微視的理論 [2] を紹介する。具体的には、図 1.2 のようなラシュバ型スピン軌道相互作用とドレッセルハウス型スピン軌道相互作用が共存する二次元電子ガス (2DEG) と強磁性絶縁体 (FI) との接合系を考察する。ラシュバ型スピン軌道相互作用の大きさとドレッセルハウス型スピン軌道相互作用の大きさの比 α/β を変えることによって、2DEG のフェルミ面上でのスピン分裂の様子は図 1.3 のように変化する。

文献 [2] では、2DEG の不純物散乱と FI/2DEG の界面相互作用を考え、不純物散乱強度がスピン軌道相互作用に比べて十分弱い場合の定式化 [7] を利用して、線形応答の範囲で定常状態のボルツマン方程式を解き、2DEG で生じる電流とスピン密度を評価した。図 1.4 に計算結果の例を示す (ここではラシュバ型スピン軌道相互作用のみが存在する場合のみ説明する)。電流とスピン密度は強磁性絶縁体の局在スピンの面内方位 θ および強磁性絶縁体の共鳴振動数 ω_0 の関数として得られる (マイクロ波の振動数は共鳴振動数と一致していると仮定)。図 1.4 のグラフからわかるように、スピンポンピングによってスピンの注入されることによって 2DEG の磁化が誘起され、逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果によって磁化方位と直交する方向に電流が生じる。特に強磁性共鳴周波数がスピン軌道相互作用によるスピン分裂エネルギーに一致したときにスピンの効率的に注入され、逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果による電流は最大となる。図 1.4 右側の模式図は、グラフ中の A, B のパラメータにおける電子の分布関数の変化を表す。スピンポンピングにより強磁性絶縁体中のスピン S が歳差運動を行うが、このときマイクロ波励起と拮抗

図 1.2: (a) スピンポンピングのセットアップ。(b) スピンの方位を表す角度 θ の定義と、スピンの固定した座標系 $x'y'z'$ 。[2] より引用。

図 1.3: スピン分裂したフェルミ面上のスピントクスチャの模式図。紫色の矢印はスピンの向きを表す。(a) がドレッセルハウス型スピン軌道相互作用に対応し、(d) がラシュバ型相互作用に対応する。スピン分裂の幅は強調されており、実際はフェルミエネルギーに比べて十分小さい。[2] より引用。

図 1.4: $\alpha/\beta = \infty$ (ラシュバ型スピン軌道相互作用のみ) のときの結果。スピン密度 s_x, s_y と、電流密度 j_x, j_y を強磁性共鳴周波数 ω_0 と強磁性絶縁体中のスピンの (x 軸に対する) 角度 θ の関数としてカラープロットしている。右の 2 図は、 $\theta = \pi/2$ (A), 0 (B) のときの電子の分布関数の増減 δf と電流の流れる向きを表している。[2] より引用。

してスピン緩和が持続的に生じる。このスピン緩和はスピン \mathbf{S} と同じ向きのスピンを二次元電子系から受け取るので、二次元電子系から見たときには \mathbf{S} と逆向きのスピンの注入されることになる。スピン \mathbf{S} と逆向きのスピンの注入されると、図 1.4 の A のように x 軸の正負に動く電子の数に差ができることで、電流が流れる。このとき、外側のフェルミ面の方が状態密度が大きいため、全体としては x 軸負の向きに電子の流れが生じ、電流は x 軸正の向きに流れる。この理論ではボルツマン方程式の範囲内で、スピン流を用いることなく磁化や電流を計算できる。

1.4 本論文の目的

本論文では、ラシュバ型スピン軌道相互作用とドレッセルハウス型スピン軌道相互作用が共存する二次元電子系 (2DEG) と強磁性絶縁体 (FI) との接合系における、温度差によって駆動される逆ラシュバ・エーデルシュタイン効果を考察する。FI と 2DEG の間に温度差がある場合、スピンゼーベック効果に類似した効果により 2DEG にスピンの注入され、2DEG における逆エーデルシュタイン効果によって 2DEG 内の電流へと変換されることが期待される。界面相互作用と不純物散乱の微視的ハミルトニアンから出発し、2DEG 電子の状態をボルツマン方程式を用いて記述することで、この温度差-電流変換を理論的に記述する。

1.5 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章では、考察する物理系のモデルを導出し、ボルツマン方程式を書き下して、誘起されるスピン密度と電流の定式化を行う。第 3 章で

は、具体的なパラメータを設定して得られたスピン密度と電流密度の結果を示す。最後に第 4 章で本論文の結果をまとめる。

第 2 章

定式化

2.1 セットアップ

図 2.1 (a) にセットアップを示す。強磁性絶縁体の温度を T_F 、二次元電子系の温度を T_{2DEG} とし、この 2 つの温度に差がある場合に、二次元電子系に誘起される電流を計算する。以下の計算では、実験室の座標系 xyz に対して、強磁性絶縁体のスピンの方位に固定した座標系 $x'y'z'$ を用いる。2 つの座標系の関係とスピンの方位を図 2.1 (b) に示す。

2.2 模型

考えている 2 次元電子系と強磁性絶縁体のハミルトニアンは以下の形で与えら得れる：

$$H = H_{\text{kin}} + H_{\text{imp}} + H_{\text{FI}} + H_{\text{int}}, \quad (2.1)$$

ここで H_{kin} は二次元電子系の電子の運動エネルギーとスピン軌道相互作用を、 H_{imp} は二次元電子系の不純物を、 H_{FI} は強磁性絶縁体を、 H_{int} は二次元電子系と強磁性絶縁体の界面をそれぞれ表す。以下、それぞれの項について具体的に述べる。

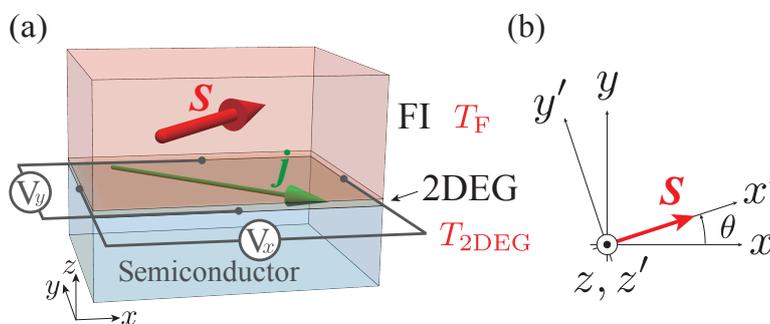


図 2.1: (a) 本ノートで考察する実験のセットアップ。(b) スピンの方位を表す角度 θ の定義と、スピンの方位に固定した座標系 $x'y'z'$ 。

2.2.1 二次元電子系: 運動エネルギーとスピン軌道相互作用

H_{kin} は次のように与えられる:

$$H_{\text{kin}} = \sum_{\mathbf{k}} \left(c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \ c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \right) \hat{h}_{\mathbf{k}} \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

$$\hat{h}_{\mathbf{k}} = \xi_{\mathbf{k}} \hat{I} + \alpha (k_y \sigma_x - k_x \sigma_y) + \beta (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y), \quad (2.3)$$

$$\xi_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} - \mu, \quad (2.4)$$

ここで $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ は電子の波数、 $\xi_{\mathbf{k}}$ は化学ポテンシャルから測った電子のエネルギー、 m^* は有効質量、 μ は化学ポテンシャル、 α は Rashba 型スピン軌道相互作用の強さ、 β は Dresselhaus 型スピン軌道相互作用の強さを、それぞれ表す。 σ_α ($\alpha = x, y, z$) はパウリ演算子である:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

電子の固有状態は $\hat{h}_{\mathbf{k}}$ を対角化することによって得られる:

$$\hat{h}_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}} = E_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}. \quad (2.6)$$

固有エネルギーを求めると、

$$E_{\mathbf{k}}^\pm = \xi_{\mathbf{k}} \pm h_{\text{eff}}(\mathbf{k}), \quad (2.7)$$

$$h_{\text{eff}}(\mathbf{k}) = k \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}, \quad (2.8)$$

となる。同じ結果は行列 $\hat{h}_{\mathbf{k}}$ を、

$$\hat{h}_{\mathbf{k}} = \xi_{\mathbf{k}} \hat{I} - \mathbf{h}_{\text{eff}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{h}_{\text{eff}}(\mathbf{k}) = k (-\alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi, \alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi, 0) \quad (2.10)$$

と書き換えることでも得られる。つまり、 $\hat{h}_{\mathbf{k}}$ の固有値 $E_{\mathbf{k}}^\pm$ は、電子のスピンが有効磁場 \mathbf{h}_{eff} と逆 (同じ) 向きに向いているときのエネルギーに相当する。 $\mathbf{h}_{\text{eff}}(\mathbf{k})$ の大きさが $h_{\text{eff}}(\mathbf{k})$ にあたることに注意。

つぎに固有状態を考える。固有ベクトルは

$$\psi_{\mathbf{k}}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} C(\varphi) \\ \pm 1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

$$C(\varphi) = \frac{-(h_{\text{eff},x}(\mathbf{k}) - i h_{\text{eff},y}(\mathbf{k}))}{h_{\text{eff}}(\mathbf{k})} = -(\hat{h}_{\text{eff},x}(\mathbf{k}) - i \hat{h}_{\text{eff},y}(\mathbf{k})), \quad (2.12)$$

と求められる。ここで $\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}} = (\hat{h}_{\text{eff},x}, \hat{h}_{\text{eff},y}) = \mathbf{h}_{\text{eff}}/h_{\text{eff}}$ は有効ゼーマン磁場の方向を表す単位ベクトルである。また、

$$|C(\varphi)|^2 = 1, \quad (2.13)$$

となっていることに注意。これらを横に並べて、ユニタリ行列

$$\hat{U} = (\psi_{\mathbf{k}}^+, \psi_{\mathbf{k}}^-) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} C(\varphi) & C(\varphi) \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

を作る。これによって、

$$H_{\text{kin}} = \sum_{\mathbf{k}} (c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \ c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger) \hat{U} \begin{pmatrix} E_{\mathbf{k}}^+ & 0 \\ 0 & E_{\mathbf{k}}^- \end{pmatrix} \hat{U}^\dagger \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

エネルギー固有状態に対する電子の生成消滅演算子を

$$\begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}+} \\ c_{\mathbf{k}-} \end{pmatrix} = \hat{U}^\dagger \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} C(\varphi)^* c_{\mathbf{k}\uparrow} + c_{\mathbf{k}\downarrow} \\ C(\varphi)^* c_{\mathbf{k}\uparrow} - c_{\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

と定義すると、

$$H_{\text{kin}} = \sum_{\mathbf{k}, \gamma=\pm} E_{\mathbf{k}}^\gamma c_{\mathbf{k}\gamma}^\dagger c_{\mathbf{k}\gamma}, \quad (2.17)$$

となる。以下の計算では、

$$c_{\mathbf{k}\sigma} = \sum_{\gamma=\pm} C_{\sigma\gamma}(\varphi) c_{\mathbf{k}\gamma}, \quad (\sigma = \uparrow\downarrow). \quad (2.18)$$

と展開係数 $C_{\sigma\gamma}(\varphi)$ を定義する。その具体的な形は式 (2.16) より

$$\begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}+} \\ c_{\mathbf{k}-} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} C(\varphi) & C(\varphi) \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}+} \\ c_{\mathbf{k}-} \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

となるので、

$$\begin{aligned} C_{\uparrow+}(\varphi) &= C_{\uparrow-}(\varphi) = \frac{C(\varphi)}{\sqrt{2}}, \\ C_{\downarrow+}(\varphi) &= -C_{\downarrow-}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

である。

ボルツマン方程式の計算では、1電子問題が中心となるので、第一量子化の形式で以上の結果を書き直しておく。式 (2.11) は、

$$|\mathbf{k}+\rangle = \frac{C(\varphi)}{\sqrt{2}} |\mathbf{k}\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{k}\downarrow\rangle, \quad (2.21)$$

$$|\mathbf{k}-\rangle = \frac{C(\varphi)}{\sqrt{2}} |\mathbf{k}\uparrow\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{k}\downarrow\rangle, \quad (2.22)$$

を表す。よって、 $\gamma = \pm$ としたとき、

$$|\mathbf{k}\gamma\rangle = \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} C_{\sigma\gamma} |\mathbf{k}\sigma\rangle, \quad (2.23)$$

となる。運動エネルギーの第一量子化ハミルトニアン h_{kin} は $|\mathbf{k}\gamma\rangle$ 基底で対角化されており、

$$\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{kin}} | \mathbf{k}\gamma \rangle = E_{\mathbf{k}}^\gamma \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta_{\gamma,\gamma'}, \quad (2.24)$$

となる。

2.2.2 二次元電子系: 不純物

前節では理想的な二次元電子系を考えたが、実際には不純物が存在する。電子の不純物散乱を表すハミルトニアン H_{imp} は

$$H_{\text{imp}} = \sum_i \sum_{\sigma} \int d^2\mathbf{r} V_{\text{imp}}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) \psi_{\sigma}(\mathbf{r}), \quad (2.25)$$

$$\psi_{\sigma}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{A}}} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad (2.26)$$

と書き表される。ここで V_{imp} は不純物ポテンシャル、 \mathbf{R}_i は不純物の位置、 \mathcal{A} は二次元電子系の面積を表す。式 (2.26) を式 (2.25) に代入することで、不純物のハミルトニアンは、

$$H_{\text{imp}} = \frac{1}{\mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} \rho_{\text{imp}}(\mathbf{q}) v_{\text{imp}}(\mathbf{q}) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\sigma} \quad (2.27)$$

と書き表される。ここで

$$V_{\text{imp}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mathcal{A}} \sum_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} v_{\text{imp}}(\mathbf{q}), \quad (2.28)$$

$$\rho_{\text{imp}}(\mathbf{q}) = \sum_i e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}_i}, \quad (2.29)$$

である。以下ではデルタ関数型の不純物ポテンシャルを考える:

$$V_{\text{imp}}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) = v_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i). \quad (2.30)$$

このとき、不純物のハミルトニアンは、

$$H_{\text{imp}} = \frac{v_0}{\mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} \rho_{\text{imp}}(\mathbf{q}) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\sigma} \quad (2.31)$$

で与えられる。この結果を第一量子化の言葉で書き換えておくと、不純物のハミルトニアン h_{imp} は、行列要素

$$\langle \mathbf{k}'\sigma' | h_{\text{imp}} | \mathbf{k}\sigma \rangle = \frac{v_0}{\mathcal{A}} \rho_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \delta_{\sigma, \sigma'} \quad (2.32)$$

を持つ。

2.2.3 不純物散乱による遷移確率

始状態 $|i\rangle = |\mathbf{k}\gamma\rangle$ から終状態 $|f\rangle = |\mathbf{k}'\gamma'\rangle$ への遷移率を求める。対応する不純物ハミルトニアンの行列要素は、式 (2.23) を用いて

$$\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{imp}} | \mathbf{k}\gamma \rangle = \frac{v_0}{\mathcal{A}} \rho_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) (C^{\dagger}(\varphi) C(\varphi'))_{\gamma'\gamma} \quad (2.33)$$

となる。フェルミの黄金律により、遷移確率は

$$\begin{aligned}\Gamma_{(\mathbf{k}\gamma)\rightarrow(\mathbf{k}'\gamma')} &= \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{imp}} | \mathbf{k}\gamma \rangle|^2 \delta(E_{\mathbf{k}'\gamma'} - E_{\mathbf{k}\gamma}) \\ &= \frac{2\pi v_0^2}{\hbar \mathcal{A}^2} |\rho_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \left| (C^\dagger(\varphi)C(\varphi'))_{\gamma\gamma'} \right|^2 \delta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'}). \quad (2.34)\end{aligned}$$

これより、衝突項は

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll,imp}} &= \frac{2\pi v_0^2}{\hbar \mathcal{A}^2} \sum_{\mathbf{k}'\gamma'} |\rho_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \left| (C^\dagger(\varphi)C(\varphi'))_{\gamma\gamma'} \right|^2 \\ &\quad \times (f(\mathbf{k}', \gamma') - f(\mathbf{k}, \gamma)) \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^\gamma), \quad (2.35)\end{aligned}$$

となる。さらに

$$\begin{aligned}\left| (C^\dagger(\varphi)C(\varphi'))_{\gamma\gamma'} \right|^2 &= \left| \frac{1}{2} (C^*(\varphi)C(\varphi') + \gamma\gamma') \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \right), \quad (2.36)\end{aligned}$$

と計算できる。ここで式 (2.12) より、 $\text{Re}[C^*(\varphi)C(\varphi')] = \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')$ が成り立つことを用いた。また、定義式 (2.29) より、

$$|\rho_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 = \sum_i 1 + \sum_{i \neq j} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)}, \quad (2.37)$$

となるが、不純物平均をとると第2項は消えて、 $|\rho_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 = N_{\text{imp}}$ となる。ここで N_{imp} は不純物の数である。以上より、衝突項は、

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll,imp}} &= \frac{2\pi v_0^2 n_{\text{imp}}}{\hbar \mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}'\gamma'} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \\ &\quad \times (f(\mathbf{k}', \gamma') - f(\mathbf{k}, \gamma)) \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^\gamma), \quad (2.38)\end{aligned}$$

となる。ここで $n_{\text{imp}} = N_{\text{imp}}/\mathcal{A}$ は不純物密度である。

2.2.4 強磁性絶縁体

図 2.1 (a) に示すように強磁性体の自発スピンは 2 次元電子系の面に平行で、 xy 面内を向いていると仮定する。さらに自発スピンの面内の方位角を図 2.1 (b) のように θ によって表す。つまり、強磁性体の局在スピンを \mathbf{S}_i としたとき、その期待値は実験室座標系 xyz で

$$\langle \mathbf{S}_i \rangle = (\langle S_i^x \rangle, \langle S_i^y \rangle, \langle S_i^z \rangle) = (S_0 \cos \theta, S_0 \sin \theta, 0), \quad (2.39)$$

であるとする。ここで S_0 は局在スピンの大きさを表す。あとで導入するスピン波近似のために、図 2.1 (b) のようにスピンの向きにそって取った新しい座標系 $x'y'z'$ を導入する。この新しい座標では、

$$\langle \mathbf{S}_i \rangle = (\langle S_i^{x'} \rangle, \langle S_i^{y'} \rangle, \langle S_i^{z'} \rangle) = (S_0, 0, 0), \quad (2.40)$$

となる。スピン演算子は座標変換によって、

$$S_i^{x'} = \cos \theta S_i^x + \sin \theta S_i^y, \quad (2.41)$$

$$S_i^{y'} = -\sin \theta S_i^x + \cos \theta S_i^y, \quad (2.42)$$

$$S_i^{z'} = S_i^z, \quad (2.43)$$

と変換される。

強磁性絶縁体のハミルトニアン H_{FI} は、スピンに固定された座標系におけるスピン演算子を用いて、

$$H_{\text{FI}} = \sum_{\langle i,j \rangle} J(S_i^{x'} S_j^{x'} + S_i^{y'} S_j^{y'} + S_i^{z'} S_j^{z'}) - h_{\text{dc}} \sum_i S_i^{x'}, \quad (2.44)$$

で与えられる。 $\langle i,j \rangle$ は隣接するサイトの組を表し、 J は交換相互作用の大きさ、 h_{dc} は(微小な)外部磁場を表す。ここで $S_0 \gg 1$ とし、スピン波近似を適用すると、スピン演算子はマグノンの生成消滅演算子 b_i^\dagger, b_i を用いて、

$$S_i^{x'-} \simeq \sqrt{2S_0} b_i^\dagger, \quad S_i^{x'+} \simeq \sqrt{2S_0} b_i, \quad S_i^{x'} = S_0 - b_i^\dagger b_i, \quad (2.45)$$

と書き表される。スピン演算子をマグノンの生成消滅演算子に書き換え、フーリエ変換

$$b_i = \frac{1}{\sqrt{N_{\text{F}}}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} b_{\mathbf{k}}, \quad (2.46)$$

を用いると、強磁性絶縁体のハミルトニアンは

$$H_{\text{FI}} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}}, \quad (2.47)$$

となる。ここで $\hbar \omega_{\mathbf{k}} = h_{\text{dc}} + \mathcal{D}k^2$ はマグノンの分散である (\mathcal{D} : スピン剛性率)。

2.2.5 接合界面での交換相互作用

二次元電子系と強磁性絶縁体の間の界面交換相互作用を表すハミルトニアンは、

$$H_{\text{int}} = \sum_{\mathbf{q}} \left(T_{\mathbf{q}} S_{\mathbf{q}}^{x'+} s_{\mathbf{q}}^{x'-} + T_{\mathbf{q}}^* S_{\mathbf{q}}^{x'-} s_{\mathbf{q}}^{x'+} \right), \quad (2.48)$$

と与えられる*1。ここでは界面はクリーンであるとし、スピン励起の波数は保存すると仮定している。 $S_{\mathbf{q}}^{x'\pm}$ はマグノンの生成消滅演算子を用いて、

$$S_{\mathbf{q}}^{x'+} = \sqrt{2S_0} b_{\mathbf{q}}, \quad S_{\mathbf{q}}^{x'-} = \sqrt{2S_0} b_{\mathbf{q}}^\dagger, \quad (2.49)$$

*1 $S_{\mathbf{q}}^{x'} s_{\mathbf{q}}^{x'}$ 型の相互作用から来る交換バイアスは、界面交換相互作用がスピン軌道相互作用と比べて十分小さいとして無視する。

と書き表せる。また、 $s_{\mathbf{q}}^{x'\pm} = s_{\pm\mathbf{q}}^{y'} \pm i s_{\pm\mathbf{q}}^{z'}$ は二次元電子系におけるスピン昇降演算子であり、実験室座標系におけるスピン演算子（のフーリエ変換）によって

$$s_{\mathbf{q}}^{x'} = \cos\theta s_{\mathbf{q}}^x + \sin\theta s_{\mathbf{q}}^y, \quad (2.50)$$

$$s_{\mathbf{q}}^{y'} = -\sin\theta s_{\mathbf{q}}^x + \cos\theta s_{\mathbf{q}}^y, \quad (2.51)$$

$$s_{\mathbf{q}}^{z'} = s_{\mathbf{q}}^z, \quad (2.52)$$

と書き表せる。実験室座標系のスピン演算子は、

$$s_{\mathbf{q}}^a = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger (\sigma_a)_{\sigma\sigma'} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'}, \quad (a = x, y, z), \quad (2.53)$$

と書き表される（ σ_a はパウリ行列）。以上を用いると、

$$s_{\mathbf{q}}^{x'\pm} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger (\hat{\sigma}^{x'\pm})_{\sigma\sigma'} c_{\mathbf{k}\pm\mathbf{q}\sigma'}, \quad (2.54)$$

$$\hat{\sigma}^{x'\pm} = -\sin\theta \sigma_x + \cos\theta \sigma_y \pm i\sigma_z, \quad (2.55)$$

となる。以上より、

$$\begin{aligned} H_{\text{int}} &= \sqrt{2S_0} \sum_{\mathbf{q}} \left(T_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}} s_{\mathbf{q}}^{x'-} + T_{\mathbf{q}}^* b_{\mathbf{q}}^\dagger s_{\mathbf{q}}^{x'+} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2S_0}}{2} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{\sigma\sigma'} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger \left(T_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}} (\hat{\sigma}^{x'-})_{\sigma\sigma'} c_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\sigma'} + T_{\mathbf{q}}^* b_{\mathbf{q}}^\dagger (\hat{\sigma}^{x'+})_{\sigma\sigma'} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'} \right), \end{aligned} \quad (2.56)$$

2.2.6 界面スピン散乱による遷移確率

マグノン吸収プロセス

電子がマグノンを吸収して、散乱するプロセスを考える（式 (2.48) の第一項による）。つまり、始状態 $|i\rangle = |\mathbf{k}\gamma\rangle \otimes |N_{\mathbf{q}}\rangle$ から終状態 $|f\rangle = |\mathbf{k}'\gamma'\rangle \otimes |N_{\mathbf{q}} - 1\rangle$ への遷移を考える*2。行列要素は、

$$\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{int, in}} | \mathbf{k}\gamma \rangle = \sum_{\sigma\sigma'} C_{\sigma'\gamma'}^* \langle \mathbf{k}'\sigma' | h_{\text{int, in}} | \mathbf{k}\sigma \rangle C_{\sigma\gamma} = T_{\mathbf{q}} \frac{\sqrt{2S_0}}{2} \sqrt{N_{\mathbf{q}}} A_{\gamma'\gamma}^- \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}}, \quad (2.57)$$

となる。ここで、

$$A_{\gamma'\gamma}^- = \sum_{\sigma\sigma'} C_{\sigma'\gamma'}^* (\hat{\sigma}^{x'-})_{\sigma'\sigma} C_{\sigma\gamma} = (C^\dagger(\varphi') \sigma^{x'} - C(\varphi))_{\gamma'\gamma}, \quad (2.58)$$

である。これより、遷移確率レートは、

$$\begin{aligned} \Gamma_{(\mathbf{k}\gamma) \rightarrow (\mathbf{k}'\gamma')}^- &= \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{int, in}} | \mathbf{k}\gamma \rangle|^2 \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma} - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{S_0}{2} |T_{\mathbf{q}}|^2 N_{\mathbf{q}} |A_{\gamma'\gamma}^-|^2 \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}} \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma} - \hbar\omega_{\mathbf{q}}). \end{aligned} \quad (2.59)$$

*2 1 電子状態のみ考え、第一量子化の記述で考える。

となる。さらに

$$\begin{aligned} |A_{\gamma'\gamma}^-|^2 &= \left| -\frac{i}{2}(C(\varphi) + \gamma e^{-i\theta})(C^*(\varphi') - \gamma' e^{i\theta}) \right|^2 \\ &= \left(1 + \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}\right) \left(1 - \gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}}\right). \end{aligned} \quad (2.60)$$

と計算することができる。ここで、 $\hat{\mathbf{m}} = (\cos \theta, \sin \theta, 0)$ (局在スピンの方向ベクトル) であり、 $\text{Re}[C(\varphi)e^{i\theta}] = -\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}}$ となることを用いた。これは $\hat{\mathbf{m}}$ と同じ向きのスピンをもつ電子 ($\gamma = -1$) が、マグノン吸収後に $\hat{\mathbf{m}}$ と逆向きのスピンを持つ電子 ($\gamma = 1$) に変換されることを意味しており、物理的にももっともらしい。

マグノン放出プロセス

次に電子がマグノンを放出して、散乱するプロセスを考える (式 (2.48) の第二項による)。つまり、始状態 $|i\rangle = |\mathbf{k}\gamma\rangle \otimes |N_{\mathbf{q}}\rangle$ から終状態 $|f\rangle = |\mathbf{k}'\gamma'\rangle \otimes |N_{\mathbf{q}} + 1\rangle$ への遷移を考える。行列要素は、

$$\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{int, out}} | \mathbf{k}\gamma \rangle = \frac{\sqrt{2S_0}}{2} \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}-\mathbf{k}'} T_{\mathbf{q}}^* \sqrt{N_{\mathbf{q}} + 1} A_{\gamma'\gamma}^+, \quad (2.61)$$

となる。ここで、

$$A_{\gamma'\gamma}^+ = \sum_{\sigma\sigma'} C_{\sigma'\gamma'}^* (\hat{\sigma}^{x'})_{\sigma'\sigma} C_{\sigma\gamma} = (C^\dagger(\varphi') \sigma^{x'} C(\varphi))_{\gamma'\gamma}, \quad (2.62)$$

である。これより、遷移確率レートは、

$$\begin{aligned} \Gamma_{(\mathbf{k}\gamma) \rightarrow (\mathbf{k}'\gamma')}^+ &= \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \mathbf{k}'\gamma' | h_{\text{int, out}} | \mathbf{k}\gamma \rangle|^2 \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{S_0}{2} |T_{\mathbf{q}}|^2 (N_{\mathbf{q}} + 1) |A_{\gamma'\gamma}^+|^2 \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}-\mathbf{k}'} \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}). \end{aligned} \quad (2.63)$$

となる。前節同様、 $|A_{\gamma'\gamma}^+|^2$ を計算すると、

$$\left| A_{\gamma'\gamma}^+ \right|^2 = \left(1 - \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}\right) \left(1 + \gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}}\right). \quad (2.64)$$

これは $\hat{\mathbf{m}}$ と逆向きのスピンをもつ電子 ($\gamma = 1$) が、マグノン放出後に $\hat{\mathbf{m}}$ と同じ向きのスピンを持つ電子 ($\gamma = -1$) に変換されることを意味しており、物理的にもっともらしい。

衝突項

以上より、界面における衝突項は、

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, int}} \\
&= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{S_0}{2} \sum_{\mathbf{k}' \mathbf{q} \gamma'} \left[|T_{\mathbf{q}}|^2 (N_{\mathbf{q}} + 1) |A_{\gamma' \gamma}^+|^2 f(\mathbf{k}', \gamma') (1 - f(\mathbf{k}, \gamma)) \delta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}} \right. \\
&\quad - |T_{\mathbf{q}}|^2 (N_{\mathbf{q}} + 1) |A_{\gamma' \gamma}^+|^2 f(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f(\mathbf{k}', \gamma')) \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^\gamma + \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{k}'} \\
&\quad + |T_{\mathbf{q}}|^2 N_{\mathbf{q}} |A_{\gamma' \gamma}^-|^2 f(\mathbf{k}', \gamma') (1 - f(\mathbf{k}, \gamma)) \delta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{k}'} \\
&\quad \left. - |T_{\mathbf{q}}|^2 N_{\mathbf{q}} |A_{\gamma' \gamma}^-|^2 f(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f(\mathbf{k}', \gamma')) \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^\gamma - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}} \right] \\
&= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{S_0}{2} \sum_{\mathbf{k}' \mathbf{q} \gamma'} |T_{\mathbf{q}}|^2 \left[|A_{\gamma' \gamma}^+|^2 F_{\gamma \gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') - |A_{\gamma' \gamma}^-|^2 F_{\gamma' \gamma}(\mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{k}) \right], \quad (2.65)
\end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
F_{\gamma \gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') &= [(N_{\mathbf{q}} + 1) f(\mathbf{k}', \gamma') (1 - f(\mathbf{k}, \gamma)) - N_{\mathbf{q}} f(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f(\mathbf{k}', \gamma'))] \\
&\quad \times \delta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}}. \quad (2.66)
\end{aligned}$$

である。また、 $(A_{\gamma' \gamma}^\pm(\varphi', \varphi))^* = A_{\gamma \gamma'}^\mp(\varphi, \varphi')$ となることを使った。

2.3 線形応答

二次元電子系の逆温度を β 、強磁性絶縁体の逆温度を $\beta + \Delta\beta$ とし、温度差によって駆動される非平衡分布を $\Delta\beta$ の一次までで評価する。以下では $f(\mathbf{k}, \gamma)$ を

$$f(\mathbf{k}, \gamma) \simeq f_0(\mathbf{k}, \gamma) - \Phi(\mathbf{k}, \gamma) \frac{\partial f_0(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial E_{\mathbf{k}}^\gamma} + \mathcal{O}((\Delta\beta)^2) \quad (2.67)$$

と近似する。ここで $f_0(\mathbf{k}, \gamma)$ は熱平衡状態の分布関数、 $\Phi(\mathbf{k}, \gamma)$ は $\Delta\beta$ に比例する項である。さらに $\Phi(\mathbf{k}, \gamma)$ は $k = |\mathbf{k}|$ に依らないと仮定する。これは温度差による駆動によって、 \mathbf{k} の方位角 φ とスピン状態 γ を固定したときに電子の化学ポテンシャルが $\Phi(\varphi, \gamma)$ だけ変化すると仮定することと同等である。 $f_0(\mathbf{k}, \gamma)$ とそのエネルギー微分は、

$$f_0(\mathbf{k}, \gamma) = \frac{1}{e^{\beta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - \mu)} + 1}, \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial f_0(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial E_{\mathbf{k}}^\gamma} = -\frac{\beta e^{\beta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - \mu)}}{(e^{\beta(E_{\mathbf{k}}^\gamma - \mu)} + 1)^2} = -\beta f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)), \quad (2.69)$$

である。

2.3.1 不純物散乱による衝突項

不純物散乱による衝突項を再掲する:

$$\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t}\right)_{\text{coll,imp}} = \frac{2\pi v_0^2 n_{\text{imp}}}{\hbar \mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}' \gamma'} \frac{1 + \gamma \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \times (f(\mathbf{k}', \gamma') - f(\mathbf{k}, \gamma)) \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma}), \quad (2.70)$$

となる。温度差による駆動がない ($\Delta\beta = 0$) とき、分布関数 $f(\mathbf{k}, \gamma)$ はフェルミ分布関数 $f_0(\mathbf{k}, \gamma)$ となるが、エネルギーに関するデルタ関数があるため $E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} = E_{\mathbf{k}}^{\gamma}$ が成り立ち、 $f_0(\mathbf{k}, \gamma)$ と $f_0(\mathbf{k}', \gamma')$ は等しい。よって、温度差による化学ポテンシャルの変化 $\Phi(\varphi, \gamma)$ の項のみが残り、

$$\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t}\right)_{\text{coll,imp}} = \frac{2\pi v_0^2 n_{\text{imp}}}{2\pi \hbar} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int dk' k' \frac{1 + \gamma \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \times \beta f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)) [\Phi(\varphi', \gamma') - \Phi(\varphi, \gamma)] \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma}), \quad (2.71)$$

となる。このとき、 $\frac{1}{\mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}'} (\dots) = \int \frac{d^2 \mathbf{k}'}{(2\pi)^2} (\dots)$ を用いて波数についての和を積分に直した。さらにフェルミエネルギー $E_{\text{F}} = \hbar^2 k_{\text{F}}^2 / 2m$ に比べて、スピン軌道相互作用の大きさが十分小さいときには、

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{k}}^{\gamma} &= \xi_{\mathbf{k}} + \gamma h_{\text{eff}}(k) \\ &\simeq \hbar v_{\text{F}} \left[k - k_{\text{F}} + \frac{\gamma k_{\text{F}}}{\hbar v_{\text{F}}} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} \right] \\ &\equiv \hbar v_{\text{F}} [k - k(\varphi, \gamma)], \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} k(\varphi, \gamma) &= k_{\text{F}} - \frac{\gamma k_{\text{F}}}{\hbar v_{\text{F}}} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} \\ &= k_{\text{F}} - 2\pi\gamma D(E_{\text{F}}) \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}, \end{aligned} \quad (2.73)$$

と近似してよい。ここで $v_{\text{F}} = \hbar k_{\text{F}} / m^*$ はフェルミ速度である。また、二次元電子系の (単位面積あたりスピンあたりの) 状態密度が $D(E) = \frac{m^*}{2\pi \hbar^2} = \frac{k_{\text{F}}}{2\pi \hbar v_{\text{F}}}$ となることを用いた。これより、

$$\begin{aligned} \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma}) &= \delta(\hbar v_{\text{F}} (k' - k(\varphi', \gamma') - k + k(\varphi, \gamma))) \\ &= \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \delta(k' - k(\varphi', \gamma') - k + k(\varphi, \gamma)), \end{aligned} \quad (2.74)$$

となるので、

$$\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t}\right)_{\text{coll,imp}} = \frac{\Gamma}{\hbar} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma')}{k_{\text{F}}} \frac{1 + \gamma \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \times \beta f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)) [\Phi(\varphi', \gamma') - \Phi(\varphi, \gamma)]. \quad (2.75)$$

ここで和の前の因子は、状態密度 $D(E_F) = k_F/(2\pi\hbar v_F)$ より、

$$\frac{2\pi v_0^2 n_{\text{imp}}}{2\pi\hbar} \frac{k_F}{\hbar v_F} = \frac{2\pi v_0^2 n_{\text{imp}} D(E_F)}{\hbar} = \frac{\Gamma}{\hbar} \quad (2.76)$$

となることを用いた。ここで $\Gamma = 2\pi v_0^2 n_{\text{imp}} D(E_F)$ は不純物散乱によるエネルギー幅であり、エネルギーの次元を持つ。

2.3.2 界面スピン散乱による衝突項

界面スピン散乱による衝突項を再掲する：

$$\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, int}} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{S_0}{2} \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{q}\gamma'} |T_{\mathbf{q}}|^2 \left[|A_{\gamma\gamma'}^+|^2 F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') - |A_{\gamma'\gamma}^+|^2 F_{\gamma'\gamma}(\mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{k}) \right], \quad (2.77)$$

$$F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') = [(N_{\mathbf{q}} + 1)f(\mathbf{k}', \gamma')(1 - f(\mathbf{k}, \gamma)) - N_{\mathbf{q}}f(\mathbf{k}, \gamma)(1 - f(\mathbf{k}', \gamma'))] \\ \times \delta(E_{\mathbf{k}}^{\gamma} - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{q}})\delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}}, \quad (2.78)$$

である。

温度差がないときには二次元電子もマグノンも共に温度 β の熱平衡状態にある。 $F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ のなかにあるデルタ関数により、 $F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ の計算では $E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} = E_{\mathbf{k}}^{\gamma} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}$ としてよく、この条件下で、

$$(n_{\mathbf{q}} + 1)f_0(\mathbf{k}', \gamma')(1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)) = n_{\mathbf{q}}(1 - f_0(\mathbf{k}', \gamma'))f_0(\mathbf{k}, \gamma), \quad (2.79)$$

となるため、 $F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ は熱平衡状態でゼロになる。

次に二次元電子系の温度を β 、強磁性絶縁体の温度を $\beta + \Delta\beta$ としたときの $\Delta\beta$ に比例する補正項を求める。この補正項は電子の非平衡分布関数

$$f(\mathbf{k}, \gamma) \simeq f_0(\mathbf{k}, \gamma) + \beta f_0(\mathbf{k}, \gamma)(1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma))\Phi(\varphi, \gamma) + \mathcal{O}((\Delta\beta)^2), \quad (2.80)$$

の中の $\Delta\beta$ に比例する $\Phi(\varphi, \gamma)$ の因子、および、マグノンの分布関数 $N_{\mathbf{q}}$ のずれの2つの因子から決まる。しかし、前者は界面でのトンネル遷移要素を含むのに対し、後者は含まないため、前者は十分小さいと考えられる。よって後者のみ考察する。マグノンの分布関数 $N_{\mathbf{q}}$ のずれは

$$N_{\mathbf{q}} = n_{\mathbf{q}} + \frac{\partial n_{\mathbf{q}}}{\partial \beta} \Delta\beta + \mathcal{O}((\Delta\beta)^2) = n_{\mathbf{q}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}} n_{\mathbf{q}}(1 + n_{\mathbf{q}})\Delta\beta + \mathcal{O}((\Delta\beta)^2), \quad (2.81)$$

とかける。ここで $n_{\mathbf{q}}$ はボーズ分布関数であり、第二の等式では、

$$\frac{\partial n_{\mathbf{q}}}{\partial \beta} = -\hbar\omega_{\mathbf{q}} \frac{e^{\beta\hbar\omega_{\mathbf{q}}}}{(e^{\beta\hbar\omega_{\mathbf{q}}} - 1)^2} = -\hbar\omega_{\mathbf{q}} n_{\mathbf{q}}(1 + n_{\mathbf{q}}), \quad (2.82)$$

を用いた。以下では $(\Delta\beta)^2$ 以上の項は無視することにする。 $F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ の計算を進めると、

$$\begin{aligned} F_{\gamma\gamma'}(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') &= -\hbar\omega_{\mathbf{q}}n_{\mathbf{q}}(1+n_{\mathbf{q}})\Delta\beta[f_0(\mathbf{k}', \gamma')(1-f_0(\mathbf{k}, \gamma)) - f_0(\mathbf{k}, \gamma)(1-f_0(\mathbf{k}', \gamma'))] \\ &\quad \times \delta(E_{\mathbf{k}}^{\gamma} - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{q}})\delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}} \\ &= \hbar\omega_{\mathbf{q}}n_{\mathbf{q}}\Delta\beta f_0(\mathbf{k}, \gamma)(1-f_0(\mathbf{k}', \gamma'))\delta(E_{\mathbf{k}}^{\gamma} - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{q}})\delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}' - \mathbf{k}}. \end{aligned} \quad (2.83)$$

となる。第二の等式では、 $E_{\mathbf{k}}^{\gamma} = E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}$ の条件下での恒等式 (2.79) を用いた。式 (2.64) の $|A_{\gamma\gamma'}^+|^2 = |A_{\gamma\gamma'}^-|^2$ の式を用いると、界面スピン散乱による衝突項は、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t}\right)_{\text{coll, int}} &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{S_0\Delta\beta}{2} \frac{A}{2\pi} \sum_{\gamma'} \int dk' k' \int \frac{d\varphi'}{2\pi} |T_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}|^2 \left[\tilde{F}_{\gamma\gamma'}(k, \varphi, k', \varphi') - \tilde{F}_{\gamma'\gamma}(k', \varphi', k, \varphi) \right], \\ \tilde{F}_{\gamma\gamma'}(k, \varphi, k', \varphi') &= \left(1 + \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}\right) \left(1 - \gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}}\right) \\ &\quad \times \hbar\omega_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} f_0(\mathbf{k}, \gamma)(1-f_0(\mathbf{k}', \gamma'))\delta(E_{\mathbf{k}}^{\gamma} - E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} + \hbar\omega_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}). \end{aligned} \quad (2.84)$$

以下の計算では簡単のため、マグノンは二次元マグノンを考える。式 (2.74) の計算と同様の計算をデルタ関数部分に対して行くと、

$$\begin{aligned} \delta(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'} - E_{\mathbf{k}}^{\gamma} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}) &= \delta(\hbar v_{\text{F}}(k' - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma') - \omega_{\mathbf{q}}/v_{\text{F}})) \\ &= \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \delta(k' - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma') - \omega_{\mathbf{q}}/v_{\text{F}}). \end{aligned} \quad (2.85)$$

k' についての積分をしたときには、 $k' = k - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma') - \omega_{\mathbf{q}}/v_{\text{F}}$ の部分のみが残る。ここで、二次元電子系のフェルミ波数 k_{F} は、ブリルアンゾーン境界付近の特徴的な波数 k_{c} ($\propto 1/a$, a : 格子定数) に比べて十分小さいとする。 $\omega_{|\mathbf{q}| \simeq k_{\text{c}}} \sim J$ (J : 強磁性絶縁体中の交換相互作用の大きさ) であるので、フェルミ面の差し渡し程度の波数 $|\mathbf{q}| \simeq k_{\text{F}}$ をもつマグノンのエネルギーは、分散関係が $\hbar\omega_{\mathbf{q}} \simeq \max(\mathcal{D}|\mathbf{q}|^2, h_{\text{dc}})$ であることを用いて、

$$\hbar\omega_{|\mathbf{q}| \simeq k_{\text{F}}} \simeq \max\left[\left(\frac{k_{\text{F}}}{k_{\text{c}}}\right)^2 J, h_{\text{dc}}\right], \quad (2.86)$$

と見積もられる。これは通常、スピン軌道相互作用の大きさに比べて小さいと考えられるので、以下の計算では、 k' についての積分は

$$k' \simeq k - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma'), \quad (2.87)$$

付近のみ残る。このとき

$$\begin{aligned} f_0(\mathbf{k}', \gamma') &= f_0(E_{\mathbf{k}'}^{\gamma'}) = f_0(\hbar v_{\text{F}}(k' + 2\pi\gamma' D(E_{\text{F}})\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi'})) \\ &\simeq f_0(\hbar v_{\text{F}}(k + 2\pi\gamma D(E_{\text{F}})\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi})) = f_0(\mathbf{k}, \gamma), \end{aligned} \quad (2.88)$$

である。簡単のためトンネル遷移要素は波数によらないとして、 $|T_{\mathbf{q}}| = |T|$ とすると、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, int}} &= \Delta\beta \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\hbar} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma')}{k_{\text{F}}} \\ &\quad \times \frac{-\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}} + \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}}{2} \hbar\omega(\varphi - \varphi') n(\varphi - \varphi') f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)), \end{aligned} \quad (2.89)$$

となる。ここで、界面の結合エネルギーを表す定数を

$$\Gamma_{\text{int}} = 2\pi(2S_0)|T|^2 AD(E_{\text{F}}), \quad (2.90)$$

とおき、 $|\mathbf{k} - \mathbf{k}'| = 2k_{\text{F}}|\sin((\varphi - \varphi')/2)|$ より、

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|} &= h_{\text{dc}} + 4\mathcal{D}k_{\text{F}}^2 \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right) \equiv \hbar\omega(\varphi - \varphi'), \\ n_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|} &= \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega_{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|}} - 1} = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega(\varphi - \varphi')} - 1} \equiv n(\varphi - \varphi'), \end{aligned} \quad (2.91)$$

と書いた。

2.3.3 解くべき式

今、一様定常状態で外部電場がない場合を考えているので、ボルツマン方程式は衝突項のみが有限となる。よって解くべき方程式は、2つの衝突項の和がゼロ、つまり、

$$\left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, imp}} + \left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, int}} = 0, \quad (2.92)$$

である。あわらに書くと、

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, int}} + \left(\frac{\partial f(\mathbf{k}, \gamma)}{\partial t} \right)_{\text{coll, imp}} \\ &= \Delta\beta \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\hbar} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma')}{k_{\text{F}}} \frac{-\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}} + \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}}{2} \\ &\quad \times \hbar\omega(\varphi - \varphi') n(\varphi - \varphi') f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)) \\ &\quad + \frac{\Gamma}{\hbar} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k - k(\varphi, \gamma) + k(\varphi', \gamma')}{k_{\text{F}}} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \\ &\quad \times \beta f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)) [\Phi(\varphi', \gamma') - \Phi(\varphi, \gamma)], \end{aligned} \quad (2.93)$$

である。温度がスピン軌道相互作用より十分小さいときには、 $\beta f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma))$ は $k = k(\varphi, \gamma)$ で鋭いピークを持つ。よって、

$$\beta f_0(\mathbf{k}, \gamma) (1 - f_0(\mathbf{k}, \gamma)) \simeq \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \delta(k - k(\varphi, \gamma)), \quad (2.94)$$

と近似できる。よって両辺を k で積分し、各項がエネルギーの次元となるように適当な係数を掛けると、

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{-\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}} + \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}}{2} \hbar\omega(\varphi - \varphi') n(\varphi - \varphi') \\ & + \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} [\Phi(\varphi', \gamma') - \Phi(\varphi, \gamma)] = 0, \end{aligned} \quad (2.95)$$

となる。

2.4 逐次代入

$\Phi(\varphi, \gamma)$ に依存しない部分を $F(\varphi, \gamma)$ とおく：

$$F(\varphi, \gamma) = \frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{-\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}} + \gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}}{2} \hbar\omega(\varphi - \varphi') n(\varphi - \varphi'). \quad (2.96)$$

被積分関数は周期 2π の周期関数であり、

$$\mathbf{h}_{\text{eff}}(k, \varphi + \pi) = -\mathbf{h}_{\text{eff}}(k, \varphi), \quad k(\varphi' + \pi, \gamma) = k(\varphi', \gamma), \quad (2.97)$$

の対称性を持つので、 $F(\varphi, \gamma)$ については積分変数を $\varphi' \rightarrow \varphi' + \pi$ とすることで、

$$F(\varphi + \pi, \gamma) = -F(\varphi, \gamma), \quad (2.98)$$

となる。 $k(\varphi, \gamma)$ の表式 (2.73) を代入して γ' の和を実行すると、

$$F(\varphi, \gamma) = \gamma F_1(\varphi) + F_2(\varphi), \quad (2.99)$$

$$F_1(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}}) \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hbar\omega(\varphi - \varphi') n(\varphi - \varphi'), \quad (2.100)$$

$$F_2(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi'}}{\hbar v_F} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{m}}) \hbar\omega(\varphi - \varphi') n(\varphi - \varphi'), \quad (2.101)$$

となる。

ポルツマン方程式は $F(\varphi, \gamma)$ を用いて、

$$\sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} [\Phi(\varphi', \gamma') - \Phi(\varphi, \gamma)] + F(\varphi, \gamma) = 0, \quad (2.102)$$

となる。左辺のうち、 $\Phi(\varphi, \gamma)$ を含む部分は、 φ' に依存する部分の積分と和が、

$$\sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} = 1, \quad (2.103)$$

となるので、ボルツマン方程式は、

$$\Phi(\varphi, \gamma) = \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \Phi(\varphi', \gamma') + F(\varphi, \gamma), \quad (2.104)$$

となる。左辺を右辺の積分中に代入すると、

$$\begin{aligned} \Phi(\varphi, \gamma) &= F(\varphi, \gamma) \\ &+ \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} F(\varphi', \gamma') \\ &+ \sum_{\gamma', \gamma''} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{k(\varphi'', \gamma'')}{k_F} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \frac{1 + \gamma'\gamma'' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')}{2} \Phi(\varphi'', \gamma''), \end{aligned} \quad (2.105)$$

となる。さらに代入を繰り返すと、

$$\begin{aligned} \Phi(\varphi, \gamma) &= F(\varphi, \gamma) \\ &+ \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} F(\varphi', \gamma') \\ &+ \sum_{\gamma', \gamma''} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma'\gamma'' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')}{2} \frac{k(\varphi'', \gamma'')}{k_F} F(\varphi'', \gamma'') \\ &+ \dots \\ &\equiv \Phi[F(\varphi, \gamma)], \end{aligned} \quad (2.106)$$

となる。ここで $\Phi[F(\varphi, \gamma)]$ は関数 $F(\varphi, \gamma)$ の汎関数である。以下では、

$$\frac{k(\varphi, \gamma)}{k_F} = 1 - \gamma g(\varphi), \quad (2.107)$$

$$g(\varphi) = \frac{1}{\hbar v_F} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}, \quad (2.108)$$

とおく。このとき、

$$\Phi(\varphi, \gamma) = \Phi[\gamma F_1(\varphi)] + \Phi[F_2(\varphi)] \equiv \Phi_1(\varphi, \gamma) + \Phi_2(\varphi, \gamma), \quad (2.109)$$

となる。以下では $\Phi_1(\varphi, \gamma)$, $\Phi_2(\varphi, \gamma)$ を別々に求める。

まず $\Phi_1(\varphi, \gamma)$ を考える。このとき、

$$\begin{aligned} \Phi_1(\varphi, \gamma) &= \gamma F_1(\varphi) \\ &+ \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} (1 - \gamma' g(\varphi')) \gamma' F_1(\varphi') \\ &+ \sum_{\gamma', \gamma''} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_F} \frac{1 + \gamma'\gamma'' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')}{2} (1 - \gamma'' g(\varphi'')) \gamma'' F_1(\varphi'') \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (2.110)$$

ここで第2項は、

$$\begin{aligned}
& \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} (1 - \gamma'g(\varphi')) \gamma' F_1(\varphi') \\
&= \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \left[\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') - g(\varphi') \right] F_1(\varphi') \\
&= \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) F_1(\varphi'), \tag{2.111}
\end{aligned}$$

となる。最後の等式では、対称性 $g(\varphi + \pi) = g(\varphi)$, $F_1(\varphi + \pi) = -F_1(\varphi)$ を用いた。第3項は、

$$\begin{aligned}
& \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} (1 - \gamma'g(\varphi')) \gamma' (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')) F_1(\varphi'') \\
&= \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \left[\gamma (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) - g(\varphi') \right] (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')) F_1(\varphi'') \\
&= \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')) F_1(\varphi'') \tag{2.112}
\end{aligned}$$

となる。最後の等式では、 $g(\varphi) \propto |\mathbf{h}_{\text{eff}}|$ より、

$$\int d\varphi' g(\varphi') \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \mathbf{a} \propto \int d\varphi' \mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \mathbf{a} = 0, \tag{2.113}$$

となることを用いた ($\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi + \pi) = \mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)$ の対称性に注意)。これを繰り返すと第 n 項は、

$$\begin{aligned}
& \gamma \int \prod_{j=1}^{n-1} \frac{d\varphi_j}{2\pi} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_1)) (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_1) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_2)) \cdots (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_{n-2}) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_{n-1})) F_1(\varphi_{n-1}) \\
&= \gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \int \frac{d\varphi_{n-1}}{2\pi} \left[\int \frac{d\varphi_1}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_1) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi_1) \right] \left[\int \frac{d\varphi_2}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_2) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi_2) \right] \cdots \left[\int \frac{d\varphi_{n-2}}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi_{n-2}) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi_{n-2}) \right] \\
&\quad \times \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi_{n-1}) F_1(\varphi_{n-1}) \\
&= \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \hat{A}^{n-2} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi') F_1(\varphi') \tag{2.114}
\end{aligned}$$

となる。ここで

$$\hat{A} = \int \frac{d\varphi}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi), \tag{2.115}$$

$$\mathbf{a}\mathbf{b}^T = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} (b_1 \ b_2) = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 \end{pmatrix} \tag{2.116}$$

である。以上より、

$$\begin{aligned}
\Phi_1(\varphi, \gamma) &= \gamma F_1(\varphi) + \gamma \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi) \hat{A}^n \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') F_1(\varphi') \\
&= \gamma F_1(\varphi) + \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi) (I - \hat{A})^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') F_1(\varphi'), \tag{2.117}
\end{aligned}$$

と計算される。ここで I は 2×2 単位行列である。最終結果から、 $\Phi_1(\varphi, \gamma)$ は

$$\Phi_1(\varphi, -\gamma) = -\Phi_1(\varphi, \gamma), \quad (2.118)$$

の対称性を有する。

次に $\Phi_2(\varphi, \gamma)$ を考える。

$$\begin{aligned} \Phi_2(\varphi, \gamma) &= F_2(\varphi) \\ &+ \sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} (1 - \gamma'g(\varphi')) F_2(\varphi') \\ &+ \sum_{\gamma', \gamma''} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} \frac{k(\varphi', \gamma')}{k_{\text{F}}} \frac{1 + \gamma'\gamma'' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')}{2} (1 - \gamma''g(\varphi'')) F_2(\varphi'') \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (2.119)$$

ここで第2項は、

$$\begin{aligned} &\sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} (1 - \gamma'g(\varphi')) F_2(\varphi') \\ &= \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \left[1 - \gamma g(\varphi') (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) \right] F_2(\varphi') \\ &= \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) g(\varphi') F_2(\varphi'), \end{aligned} \quad (2.120)$$

となる。最後の等式では、対称性 $F_2(\varphi + \pi) = -F_2(\varphi)$ を用いた。第3項は、

$$\begin{aligned} &\sum_{\gamma'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \frac{1 + \gamma\gamma' \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')}{2} (1 - \gamma'g(\varphi')) \gamma' (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')) g(\varphi'') F_2(\varphi'') \\ &= \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} \left[\gamma (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) - g(\varphi') \right] (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')) g(\varphi'') F_2(\varphi'') \\ &= \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \int \frac{d\varphi''}{2\pi} (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi')) (\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi'')) g(\varphi'') F_2(\varphi''), \end{aligned} \quad (2.121)$$

となる ($\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi + \pi) = \mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)$ の対称性に注意)。これを繰り返していくと、 $\Phi_1(\varphi, \gamma)$ とほぼ同じ計算により、

$$\begin{aligned} \Phi_2(\varphi, \gamma) &= F_2(\varphi) + \gamma \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi) A^n \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') g(\varphi') F_2(\varphi') \\ &= F_2(\varphi) + \gamma \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi) (I - A)^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') g(\varphi') F_2(\varphi'), \end{aligned} \quad (2.122)$$

と計算される。ただし、第二項はスピン軌道相互作用の2次以上の項なので、十分小さく、落とすことができる。よって、

$$\Phi_2(\varphi, \gamma) \simeq F_2(\varphi), \quad (2.123)$$

となる。

以上より、

$$\Phi(\varphi, \gamma) = \gamma \left[F_1(\varphi) + \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi)(I - A)^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi') F_1(\varphi') \right] + F_2(\varphi), \quad (2.124)$$

となる。

さらに計算を進めることができる。 $F_1(\varphi)$, $F_2(\varphi)$ において、積分変数を $\varphi' \rightarrow \varphi' + \varphi$ とし、 $\omega(-\varphi) = \omega(\varphi)$, $n(-\varphi) = n(\varphi)$ を用いることで、

$$F_1(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left(\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') \right) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \hat{\mathbf{m}}, \quad (2.125)$$

$$F_2(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \left(\frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi' + \varphi)}{k_{\text{F}}} \cdot \hat{\mathbf{m}} \right) \hbar\omega(\varphi') n(\varphi'), \quad (2.126)$$

ここで、 $\mathbf{h}_{\text{eff}}^T(\varphi' + \varphi)$ に加法定理を用い、 $\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \sin \varphi' \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') = \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \sin \varphi' \mathcal{F}(\cos \varphi') = 0$ (\mathcal{F} : 任意の関数) を用いると、

$$\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}^T(\varphi' + \varphi)}{k_{\text{F}}} \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') = \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}^T(\varphi)}{k_{\text{F}}} \left(\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \cos \varphi' \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') \right), \quad (2.127)$$

が成り立ち、

$$F_2(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left(\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \cos \varphi' \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') \right) \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)}{k_{\text{F}}} \cdot \hat{\mathbf{m}}, \quad (2.128)$$

となる。 $F_1(\varphi)$, $F_2(\varphi)$ を用いて $\Phi_1(\varphi)$, $\Phi_2(\varphi)$ を計算すると、

$$\Phi_1(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left(\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') \right) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi)(I - A)^{-1} \hat{\mathbf{m}}, \quad (2.129)$$

$$\Phi_2(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left(\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \cos \varphi' \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') \right) \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)}{k_{\text{F}}} \cdot \hat{\mathbf{m}}, \quad (2.130)$$

ここで、 $I + (I - A)^{-1}A = (I - A)^{-1}$ を用いた。さらに、 A を計算すると、

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.131)$$

$$(I - A)^{-1} = \frac{2}{1 - D^2} \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.132)$$

$$D \equiv \int \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{2\alpha\beta + (\alpha^2 + \beta^2) \sin 2\varphi}{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - |\alpha^2 - \beta^2|}{2\alpha\beta} = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha}, & \alpha^2 \geq \beta^2, \\ \frac{\alpha}{\beta}, & \beta^2 \geq \alpha^2, \end{cases} \quad (2.133)$$

と書けるので、 $\Phi_1(\varphi)$ は、

$$\Phi_1(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{2 \left(\int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hbar\omega(\varphi') n(\varphi') \right)}{1 - D^2} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}} \right\}. \quad (2.134)$$

と書ける。以上より、

$$\Phi(\varphi, \gamma) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left[\gamma \frac{2I_1(T)}{1-D^2} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta) \right\} + \frac{I_2(T)}{\hbar v_F} \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)}{k_F} \cdot \hat{\mathbf{m}}(\theta) \right], \quad (2.135)$$

ここで、

$$I_1(T) = \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \hbar\omega(\varphi') n(\varphi'; T), \quad I_2(T) = \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \cos \varphi' \hbar\omega(\varphi') n(\varphi'; T), \quad (2.136)$$

と書いた。さらに、

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{-\Delta T/k_B T^2}{1/k_B T} = -\frac{\Delta T}{T}, \quad (2.137)$$

を用いて書き直すと、

$$\Phi(\varphi, \gamma; \theta, T) = -\frac{\Delta T}{T} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left[\frac{2I_1(T)}{1-D^2} \left(-\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \right) \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta) \right\} - \frac{I_2(T)}{\hbar v_F} \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)}{k_F} \cdot \hat{\mathbf{m}}(\theta) \right]. \quad (2.138)$$

となる。以上で電子の分布関数の変化が求まった。第1項はバンドの内外を表す γ に依存する項で、電子のスピンの向き $(-\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi))$ と強磁性体の局在スピンベクトル $\hat{\mathbf{m}}(\theta)$ を一次変換したベクトルが同じ（逆）方向を向いている状態の電子が減る（増える）ことを意味している。第2項は、 γ に依らず、有効磁場 $\hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi)$ と強磁性体の局在スピン $\hat{\mathbf{m}}(\theta)$ の方向が同じ状態の電子が増えることを意味している。この項はスピン軌道相互作用に関する1次の項であり、バンドの内外の状態密度の差から来る効果と考えられる。

2.5 スピン密度

スピン密度は以下のようにして定義される*3:

$$\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2\mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}, \gamma} \langle \mathbf{k}\gamma | \boldsymbol{\sigma} | \mathbf{k}\gamma \rangle f(\mathbf{k}, \gamma) \simeq -\hbar D(E_F) \int \frac{d\varphi}{2\pi} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \Phi_1(\varphi). \quad (2.139)$$

ここで、 $\langle \mathbf{k}\gamma | \boldsymbol{\sigma} | \mathbf{k}\gamma \rangle = -\gamma \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi)$ と $D(E_F) = k_F/(2\pi\hbar v_F)$ を用い、さらにスピン軌道相互作用に関する2次以上の項を無視した。 $\Phi_1(\varphi)$ を再掲する:

$$\Phi_1(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} I_1(T) \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}^T(\varphi) (I - A)^{-1} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (2.140)$$

これを代入すると、

$$\mathbf{s} = \hbar D(E_F) \frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{I_1(T)}{1-D^2} \begin{pmatrix} 1+D^2 & -2D \\ -2D & 1+D^2 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (2.141)$$

*3 熱平衡状態ではスピン密度はゼロになっていることに注意。

ここで、

$$\hat{A}(I - \hat{A})^{-1} = \frac{1}{1 - D^2} \begin{pmatrix} 1 + D^2 & -2D \\ -2D & 1 + D^2 \end{pmatrix}, \quad (2.142)$$

を用いた。

マグノンの典型的なエネルギー $\hbar\omega_0$ を用いて、無次元化を行っておく：

$$\tilde{\omega}(\varphi) = \frac{\omega(\varphi)}{\omega_0} = \frac{\hbar_{\text{dc}}}{\hbar\omega_0} + \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \equiv \tilde{\hbar}_{\text{dc}} + \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (2.143)$$

$$\hbar\omega_0 \equiv 4\mathcal{D}k_{\text{F}}^2, \quad (2.144)$$

$$\tilde{T} = \frac{k_{\text{B}}T}{\hbar\omega_0}, \quad (2.145)$$

$$n(\varphi; \tilde{T}) = \frac{1}{e^{\tilde{\omega}(\varphi)/\tilde{T}} - 1}, \quad (2.146)$$

さらに、

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{-\Delta T/k_{\text{B}}T^2}{1/k_{\text{B}}T} = -\frac{\Delta T}{T}, \quad (2.147)$$

も用いて書き直すと、

$$\mathbf{s}(\theta, \tilde{T}, \alpha, \beta) = -s_0 \frac{\Delta T}{T} \frac{\tilde{I}_1(\tilde{T})}{1 - D^2} \begin{pmatrix} 1 + D^2 & -2D \\ -2D & 1 + D^2 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (2.148)$$

$$\tilde{I}_1(\tilde{T}) \equiv \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \tilde{\omega}(\varphi') n(\varphi'; \tilde{T}) > 0, \quad (2.149)$$

$$s_0 \equiv \hbar D(E_{\text{F}}) \hbar\omega_0 \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} > 0. \quad (2.150)$$

2.6 電流

二次元電子系の電流密度は以下のように定義される：

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \frac{e}{\mathcal{A}} \sum_{\mathbf{k}, \gamma} \mathbf{v}(\mathbf{k}, \gamma) f(\mathbf{k}, \gamma) \\ &= \frac{ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar v_{\text{F}}} \sum_{\gamma} \int \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{k(\varphi, \gamma)}{k_{\text{F}}} \mathbf{v}(k(\varphi, \gamma), \varphi, \gamma) \Phi(\varphi, \gamma), \end{aligned} \quad (2.151)$$

ここで、 $-\partial f_0(\mathbf{k}, \gamma)/\partial E_{\mathbf{k}}^{\gamma} \simeq \delta(\hbar v_{\text{F}}(k - k(\varphi)))$ を用いた。 \mathbf{v} は群速度であり、

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}, \gamma) \equiv \langle \mathbf{k}\gamma | \mathbf{v} | \mathbf{k}\gamma \rangle = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{\mathbf{k}}^{\gamma}}{\partial \mathbf{k}} = \frac{\hbar \mathbf{k}}{m^*} + \frac{\gamma}{\hbar} \frac{\partial h_{\text{eff}}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}, \quad (2.152)$$

となる。この式から、

$$\mathbf{v}(k(\varphi, \gamma), \varphi, \gamma) = v_{\text{F}} \hat{\mathbf{k}} + \frac{\gamma}{\hbar} \frac{2\alpha\beta \cos 2\varphi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}} \hat{\varphi}, \quad (2.153)$$

となる。ここで、

$$h_{\text{eff}}(\mathbf{k}) = k\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}, \quad (2.154)$$

$$\frac{\partial h_{\text{eff}}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} \hat{\mathbf{k}} + \frac{2\alpha\beta \cos 2\varphi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}} \hat{\boldsymbol{\varphi}}, \quad (2.155)$$

$$k(\varphi, \gamma) = k_{\text{F}} - \gamma k_{\text{F}} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} / (\hbar v_{\text{F}}), \quad (2.156)$$

を用いた。 \mathbf{v} を電流の式に代入すると、

$$\mathbf{j} = \frac{ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar v_{\text{F}}} \sum_{\gamma} \int \frac{d\varphi}{2\pi} (1 - \gamma g(\varphi)) \left[v_{\text{F}} \hat{\mathbf{k}} + \frac{\gamma}{\hbar} \frac{2\alpha\beta \cos 2\varphi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}} \hat{\boldsymbol{\varphi}} \right] (\Phi_2(\varphi) + \gamma \Phi_1(\varphi)), \quad (2.157)$$

γ の和をとったときにゼロにならない項は、 γ について偶数次の項であることを用い、スピン軌道相互作用の1次の項までで近似すると、

$$\mathbf{j} \simeq \frac{2ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar} \int \frac{d\varphi}{2\pi} \left[\Phi_2(\varphi) \hat{\mathbf{k}} + \left(-g(\varphi) \hat{\mathbf{k}} + \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \frac{2\alpha\beta \cos 2\varphi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}} \hat{\boldsymbol{\varphi}} \right) \Phi_1(\varphi) \right], \quad (2.158)$$

計算に必要な要素を再掲しておく：

$$\Phi_1(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{2I_1(T)}{1-D^2} \hat{\mathbf{h}}_{\text{eff}}(\varphi) \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta) \right\} \quad (2.159)$$

$$\Phi_2(\varphi) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{I_2(T)}{\hbar v_{\text{F}}} \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}(\varphi)}{k_{\text{F}}} \cdot \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (2.160)$$

\mathbf{j} の $\Phi_1(\varphi)$, $\Phi_2(\varphi)$ に依存する項をそれぞれ \mathbf{j}_1 , \mathbf{j}_2 ($\mathbf{j} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$) とおく。まず \mathbf{j}_2 は、

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_2 &= \frac{2ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar} \int \frac{d\varphi}{2\pi} \Phi_2(\varphi) \hat{\mathbf{k}}(\varphi) \\ &= -\frac{2ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar^2 v_{\text{F}}} \frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{I_2(T)}{2} \begin{pmatrix} -\beta & \alpha \\ -\alpha & \beta \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \end{aligned} \quad (2.161)$$

ここで、

$$\int \frac{d\varphi}{2\pi} \hat{\mathbf{k}}(\varphi) \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}^T(\varphi)}{k_{\text{F}}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\beta & \alpha \\ -\alpha & \beta \end{pmatrix}, \quad (2.162)$$

を用いた。次に、 \mathbf{j}_1 を計算する。

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_1 &= \frac{2ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar} \int \frac{d\varphi}{2\pi} \left(-g(\varphi) \hat{\mathbf{k}}(\varphi) + \frac{1}{\hbar v_{\text{F}}} \frac{2\alpha\beta \cos 2\varphi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}} \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\varphi) \right) \Phi_1(\varphi) \\ &= -\frac{2ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar^2 v_{\text{F}}} \frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} I_1(T) \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \end{aligned} \quad (2.163)$$

ここで、

$$\int \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{2\alpha\beta \cos 2\varphi}{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} \hat{\boldsymbol{\varphi}}(\varphi) \frac{\mathbf{h}_{\text{eff}}^T(\varphi)}{k_{\text{F}}} = \frac{D}{2} \begin{pmatrix} -\alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix}, \quad (2.164)$$

および

$$\frac{1}{1-D^2} \left[\begin{pmatrix} -\beta & \alpha \\ -\alpha & \beta \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} -\alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1 & -D \\ -D & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix}, \quad (2.165)$$

を用いた。以上をまとめると、

$$\mathbf{j} = -\frac{2ek_{\text{F}}}{2\pi\hbar^2v_{\text{F}}} \frac{\Delta\beta}{\beta} \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \left(I_1(T) - \frac{I_2(T)}{2} \right) \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (2.166)$$

マグノンの典型的なエネルギー $\hbar\omega_0$ および典型的なスピン軌道相互作用 α_0 ($=\alpha$ もしくは β) を用いて無次元化を行い、 β を T に直すと、

$$\mathbf{j}(\theta, \tilde{T}; \alpha, \beta) = -j_0 \frac{\Delta T}{T} \left(\tilde{I}_1(\tilde{T}) - \frac{\tilde{I}_2(\tilde{T})}{2} \right) \frac{1}{\alpha_0} \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (2.167)$$

$$\tilde{I}_1(\tilde{T}) = \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \tilde{\omega}(\varphi') n(\varphi'; \tilde{T}) > 0, \quad (2.168)$$

$$\tilde{I}_2(\tilde{T}) \equiv \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \cos \varphi' \tilde{\omega}(\varphi') n(\varphi'; \tilde{T}) > 0, \quad (2.169)$$

$$j_0 \equiv 2|e|v_{\text{F}} \frac{k_{\text{F}}}{2\pi\hbar v_{\text{F}}} \hbar\omega_0 \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{\alpha_0}{\hbar v_{\text{F}}} = 2|e|v_{\text{F}} D(E_{\text{F}}) \hbar\omega_0 \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{\alpha_0}{\hbar v_{\text{F}}} > 0. \quad (2.170)$$

となる。ここで、 $\tilde{I}_2(\tilde{T}) \leq \int \frac{d\varphi'}{2\pi} |\cos \varphi'| \tilde{\omega}(\varphi') n(\varphi'; \tilde{T}) \leq \tilde{I}_1(\tilde{T})$ より、 $\tilde{I}_1(\tilde{T}) - \frac{\tilde{I}_2(\tilde{T})}{2} \geq 0$ である。

第 3 章

結果

本章では、第 2 章で得た式を用いて、具体的に物理量を数値積分によって評価する。まず 3.1 節と 3.2 節でスピン密度および電流密度の計算結果をそれぞれ示す。これらの結果を解釈するために、3.3 節で分布関数の様子を調べる。最後に 3.4 節で電流の大きさの見積もりを行い、観測に必要なパラメータに対する条件を求める。以下の計算では、 $\Delta T > 0$ とし、強磁性絶縁体の温度が二次元電子ガスの温度より高いとする。また、無次元化に用いるスピン軌道相互作用の大きさを表すパラメータとして、

$$\alpha_0 = \begin{cases} \beta, & (\beta \neq 0), \\ \alpha, & (\beta = 0), \end{cases} \quad (3.1)$$

を定義しておく。

3.1 スピン密度

まず、スピン密度の計算結果を述べる。以下の 2 節で、強磁性絶縁体のスピン方位依存性及び温度依存性をそれぞれ議論する。以下ではスピン密度の典型的な大きさを表すパラメータとして、

$$s_D \equiv \frac{s_0 \Delta T}{T} \frac{\sqrt{1 + 6D^2 + D^4}}{1 - D^2}, \quad (3.2)$$

を定義し、(温度依存性のグラフを除いた) すべてのグラフで s/s_D をプロットする。

3.1.1 強磁性絶縁体のスピン方位依存性

スピン密度は強磁性絶縁体の局在スピンの方位 θ に依存して変化する。図 3.1 はスピン密度を、横軸を θ 、縦軸を α/β としてプロットしたものである。まず $\alpha/\beta = 0$ の場合、二次元電子系に蓄積するスピンの方向は、強磁性絶縁体の局在スピンと逆向きとなる。 $\alpha/\beta = \infty$ のときも同様となる。これは、エネルギーを運ぶマグノンが流入してきていると考えれば、強磁性体のスピン方位と逆向きのスピンの二次元電子系に蓄積されるはずなので、直観的な説明と合致している。

$\alpha/\beta \simeq 1$ の場合、スピン方位が $\pi/4 \leq \theta \leq 5\pi/4$ のとき二次元に蓄積するスピンは $\varphi = 7\pi/4$ 方向を向き、それ以外るとき $\varphi = 3\pi/4$ 方向を向く。これは、 $\alpha/\beta = 1$ のときは図 1.3(b) のように二次元電子系のスピン量子化軸が一方向に揃っているため、その方向のスピンしか受け取れないことを表している。スピン密度の大きさは、 θ に依存して変化し、強磁性絶縁体の局在スピンの向きがスピン量子化軸の方向に一致したとき最大になる。スピン密度の向きに関しても、強磁性絶縁体の局在スピンの向きが $\pi/4 \leq \theta \leq 5\pi/4$ のときに、その射影成分と逆向きの $\varphi = 7\pi/4$ 方向にスピン密度が現れており、マグノンが吸収されるという直観的な理解と合致している。

3.1.2 温度依存性

次に、スピン密度の温度依存性を見る。 $\mathbf{s}/(s_0\Delta\tilde{T})$ をプロットすると、図 3.2 のようになる。例として $\alpha = 1.1$, $\theta = 0$ の場合をプロットした。低温で急激に立ち上がり、それ以降はあまり温度依存性がないことがわかる。この結果は α/β の値にほとんど依らない。

以上の結果を理解するために、スピン密度の表式を再掲する：

$$\mathbf{s}(\theta, \tilde{T}, \alpha, \beta) = -s_0 \frac{\Delta T}{T} \frac{\tilde{I}_1(\tilde{T})}{1 - D^2} \begin{pmatrix} 1 + D^2 & -2D \\ -2D & 1 + D^2 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (3.3)$$

温度に依存する部分は最初の $1/T$ と $\tilde{I}_1(\tilde{T}) = \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \tilde{\omega}(\varphi') n(\varphi'; \tilde{T})$ のみであり、ボーズ関数 $n(\tilde{T})$ が高温で \tilde{T} に比例することから、高温で温度依存性がなくなることを説明できる。

3.2 電流

次に電流の計算結果を述べる。以下の2節で、強磁性絶縁体のスピン方位依存性及び温度依存性をそれぞれ議論する。以下では電流の典型的な大きさを表すパラメータとして、

$$j_{\alpha/\beta} \equiv j_0 \frac{\Delta T}{T} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha_0}, \quad (3.4)$$

を定義し、(温度依存性のグラフを除いた) すべてのグラフで $\mathbf{j}/j_{\alpha/\beta}$ をプロットする。

3.2.1 強磁性体のスピン方位依存性

電流も強磁性絶縁体の局在スピンの方位 θ に依存して変化する。図 3.1 は電流密度を、横軸を θ 、縦軸を α/β としてプロットしたものである。まず $\alpha/\beta = 0$ の場合、二次元電子系に蓄積するスピンの方向は、強磁性絶縁体の局在スピンと逆方向となる。

スピン密度と同様に、電流の α/β 及び θ 依存性を見る。電流の向きに興味があるので各 α/β で θ を変化させたときの最大値が同じ値になるようにプロットした図が、図 3.3 である。 $\alpha/\beta = 0$ の場合、電流密度は $\theta = 0$ のとき $-x$ 向き、 $\theta = \pi/2$ のとき $+y$ 向き、 $\theta = \pi$ のとき $+x$ 向き、 $\theta = 3\pi/2$ のとき $-y$ 向きとなる。電流の方向については、

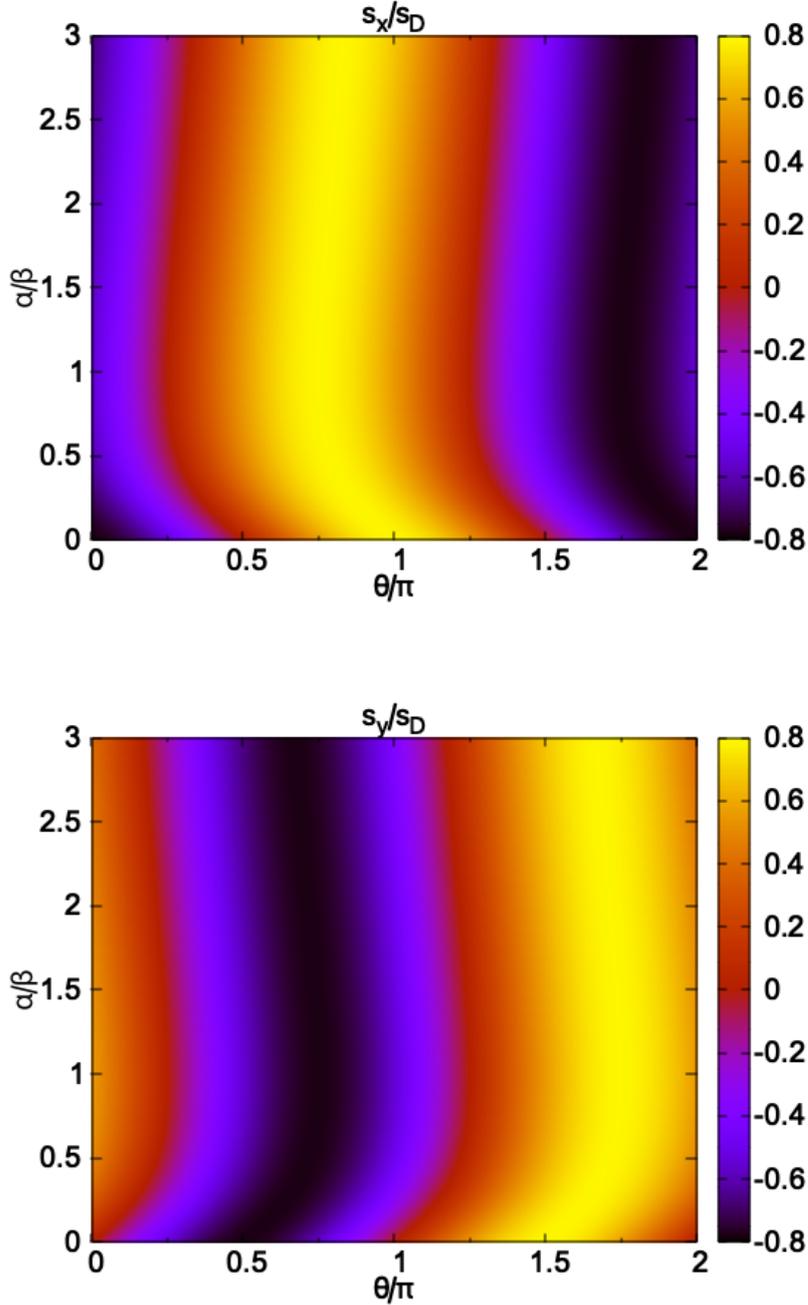


図 3.1: スピン密度の x 成分 s_x と y 成分 s_y の、スピン軌道相互作用の大きさの比 α/β と強磁性体の局在スピンの向き θ 依存性。スピン密度は各 α/β で θ を変化させたときの最大値が同じ値になるように規格化してある。用いたパラメータの値は $\tilde{T} = 1, \tilde{h}_{dc} = 0.001$ である。 $\alpha/\beta = 0$ のときはスピン密度は強磁性絶縁体の局在スピンの向きと逆向きを向いていて、そこから離れて $\alpha/\beta = 1$ に近づいていくと、強磁性絶縁体の局在スピンの方向とは違う向きを向きだす。

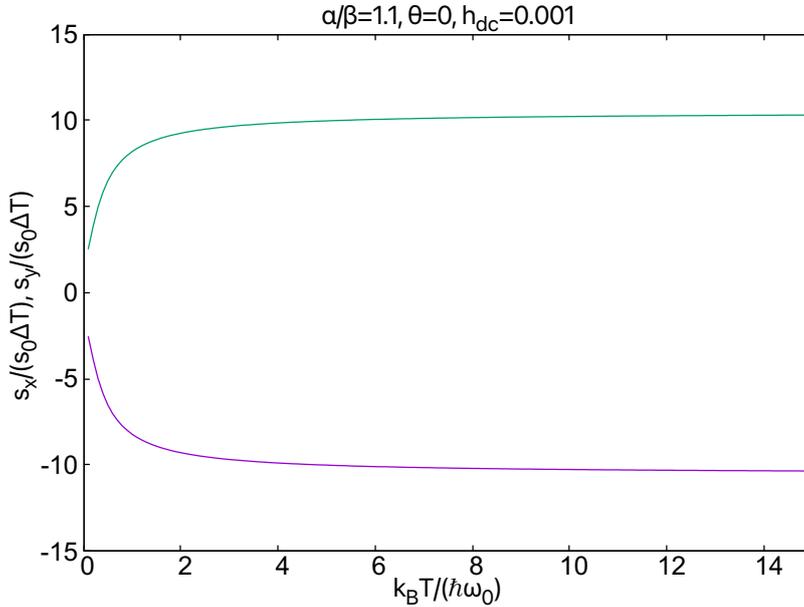


図 3.2: スピン密度の温度依存性。 $\alpha = 1.1, \theta = 0$ の場合。赤線が $s_x / (s_0 \Delta \tilde{T})$ で、緑線が $s_y / (s_0 \Delta \tilde{T})$ である。低温で急激に立ち上がり、それ以降はあまり温度依存性がない。

3.1 節の二次元電子系でのスピン密度の結果から、そこから電流が逆エーデルシュタインで生じる電流の向きと整合する。 $\alpha/\beta = \infty$ の場合も同様に、二次元電子系のスピン密度の結果から、逆エーデルシュタイン効果による説明と矛盾しない。 $\alpha/\beta \simeq 1$ の場合、電流は、強磁性絶縁体の局在スピンの向きが $\pi/4 \leq \theta \leq 5\pi/4$ のとき常に $\varphi = \pi/4$ 方向を、それ以外のとき $\varphi = 5\pi/4$ 方向を向いている。これは、スピン密度を $+\pi/2$ 回転させた向きになっており、この場合も、図 1.3(b) から、電流の向きは直観的な解釈と合致する。

3.2.2 温度依存性

次に、電流の温度依存性を見る。 $\mathbf{j} / (j_0 \Delta \tilde{T})$ をプロットすると、図 3.4 のようになる。例として $\alpha = 1.1, \theta = 0$ の場合をプロットした。他のパラメータでも温度に依存する部分は同じであり、同様のふるまいをする。電流の温度依存性もスピン密度と同様、低温で急激に立ち上がり、それ以降はあまり温度依存性がない。このふるまいを説明するため \mathbf{j} の表式を再掲する：

$$\mathbf{j}(\theta, \tilde{T}; \alpha, \beta) = -j_0 \frac{\Delta T}{T} \left(\tilde{I}_1(\tilde{T}) - \frac{\tilde{I}_2(\tilde{T})}{2} \right) \frac{1}{\alpha_0} \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (3.5)$$

温度に依存する部分は最初の $1/T$ と $\tilde{I}_1(\tilde{T}) - \tilde{I}_2(\tilde{T})/2$ であり、後者の温度依存性はボーズ分布から来る。よって、スピン密度のときと同じように、高温で温度依存性がなくなることを説明できる。

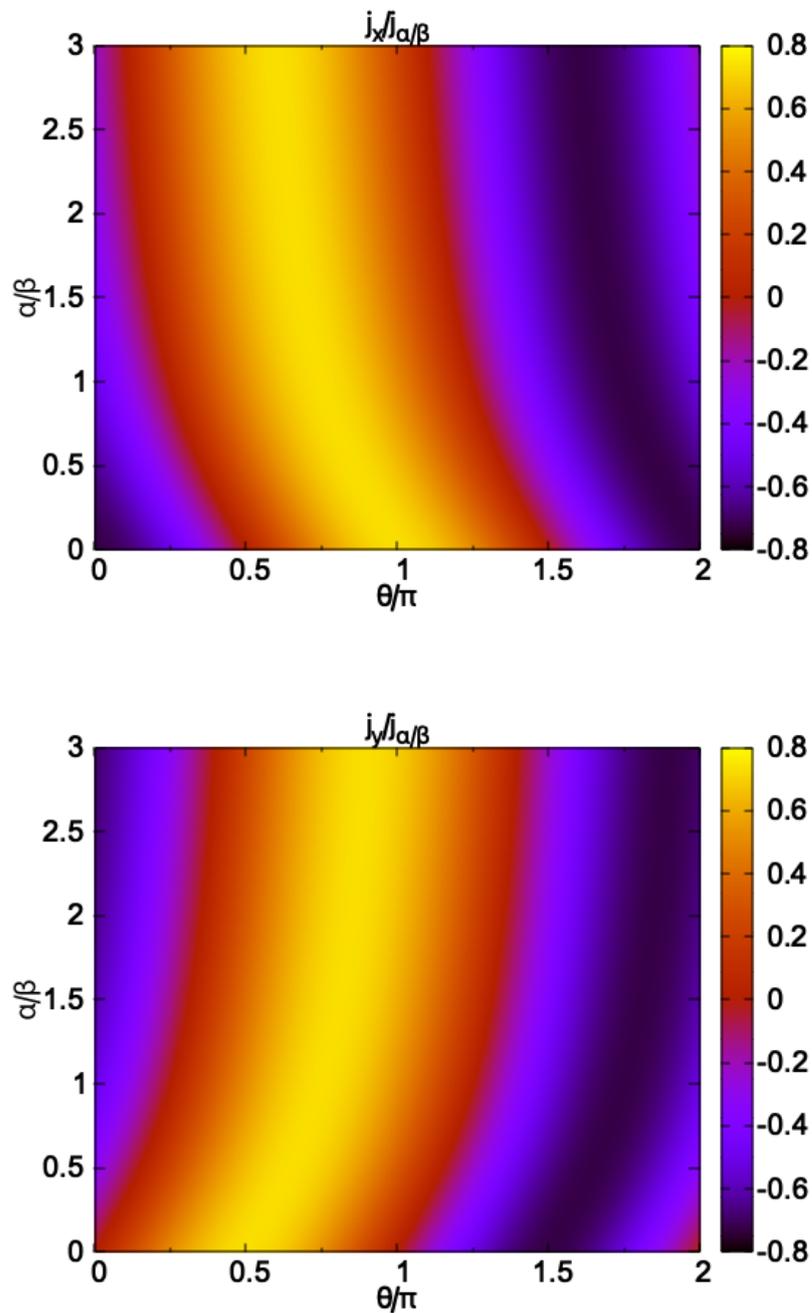


図 3.3: 電流の x 成分 j_x と y 成分 j_y の、スピン軌道相互作用の大きさの比 α/β と強磁性体の局在スピンの向き θ 依存性。電流は各 α/β で θ を変化させたときの最大値が同じ値になるように規格化してある。用いたパラメータの値は $\tilde{T} = 1, \tilde{h}_{\text{dc}} = 0.001$ である。

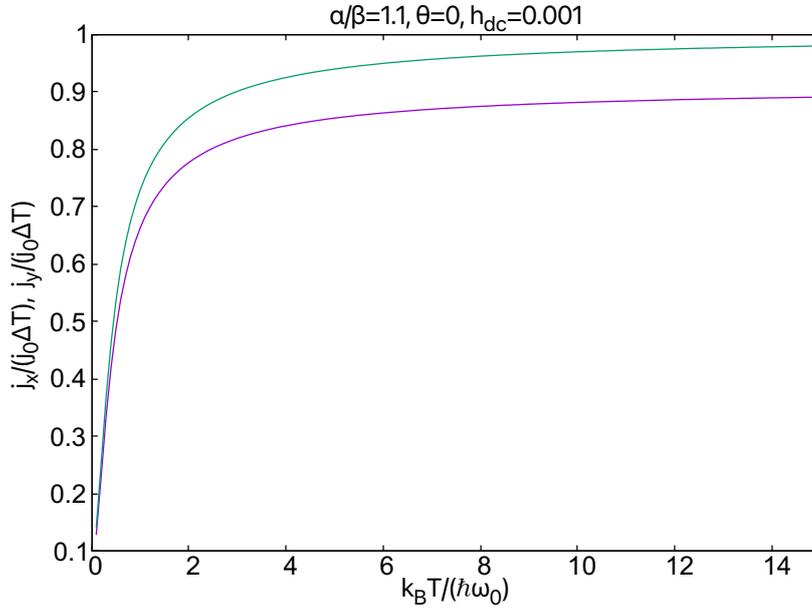


図 3.4: 電流の温度依存性。 $\alpha = 1.1, \theta = 0$ の場合。赤線が $j_x / (j_0 \Delta \tilde{T})$ で、緑線が $j_y / (j_0 \Delta \tilde{T})$ である。低温で急激に立ち上がり、それ以降はあまり温度依存性がない。

3.3 分布関数の変化

以上の結果を解釈するため、分布関数の変化 $\Phi(\varphi, \gamma)$ の様子を調べる。 $\Phi_0 \equiv (\Delta T / T)(\Gamma_{\text{int}} / \Gamma) \hbar \omega_0$ を用いて無次元化した。強磁性体のスピンの方位は簡単のため $\theta = 0$ とする。

3.3.1 $\alpha = 0$ の場合

この場合、分布関数の変化は図 3.5a のようになり、内側のバンドは $\varphi = 0$ で減少、 $\varphi = \pi$ で増加している。外側のバンドはその逆である。これは、 $\alpha = 0$ の場合のスピントクスチャ (図 1.3 (a)) と見比べると、強磁性絶縁体の局在スピンと逆向きのスピンを持つ状態が増えていることになり、たしかに強磁性絶縁体から強磁性体のスピン方位と逆向きのスピンが二次元電子系に流入していることがわかる。これは直観的な説明と一致している。

3.3.2 $\alpha / \beta = 1.1$ の場合

この場合、分布関数の変化は図 3.5b のようになる。今度は、 $\varphi = 3\pi/4, 7\pi/4$ を境に正負が切り替わる部分以外は値がほぼ一定で、 $\varphi = 3\pi/4$ までは内側のバンドは減少していて、 $\varphi = 3\pi/4$ から $7\pi/4$ までは増加している。外側のバンドはその逆である。これは、

$\alpha = 1.1$ の場合のスピントクスチャと見比べると、内側のバンドに関して、スピンの向きが強磁性絶縁体の局在スピンのスピン量子化軸への射影成分と同じならば分布関数は減少し、逆向きならば増加していることがわかる。これも直観的な説明と一致している。

3.3.3 $\alpha/\beta = 3$ の場合

この場合、分布関数の変化は図 3.5c のようになる。図 3.5a と図 3.5b を合成したような形で、 $\varphi \simeq 0.85, 1.85$ 付近で正負が入れ替わっている。これはフェルミ面付近におけるスピン分裂とその量子化軸の方位依存性を反映している (1.3 (c) 参照)。

3.3.4 $\alpha/\beta = \infty$ の場合

この場合、分布関数の変化は図 3.5d のようになる。内側のバンドは $\varphi = \pi/2$ で減少、 $\varphi = 3\pi/2$ で増加している。外側のバンドはその逆である。強磁性絶縁体の局在スピンと逆向きのスピンを持つ状態が増えていることになり、直観的な説明と一致している (1.3 (d) 参照)。

3.3.5 物理的な解釈

物理現象の解釈を考える。今、強磁性絶縁体のほうが温度が高いとして $\Delta T > 0$ としていた。このとき、強磁性体から二次元電子ガスには熱が流れ、エネルギーが流入しているはずである。2つの物質の間の相互作用は界面交換相互作用で、エネルギーが流入するのは、マグノンが二次元電子ガスが吸収するプロセスである。このプロセスは二次元電子ガスに強磁性体の局在スピンと逆向きのスピンを与える。結果を見ると、強磁性絶縁体の局在スピンと逆向きのスピンがたしかに増加しており、このような描像で現象を説明できる。

3.4 電流の大きさの見積もり

最後に、得られた電流の値を見積もる。代表的な系として、Fe/GaAs 接合系を考える (Fe は強磁性金属であるが、定性的には結果は変わらないとしてこの系を考える)。電流の表式を再掲すると以下である：

$$\mathbf{j}(\theta, \tilde{T}; \alpha, \beta) = -j_0 \frac{\Delta T}{T} \left(\tilde{I}_1(\tilde{T}) - \frac{\tilde{I}_2(\tilde{T})}{2} \right) \frac{1}{\alpha_0} \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} \hat{\mathbf{m}}(\theta), \quad (3.6)$$

$$j_0 = 2|e|v_F D(E_F) \hbar \omega_0 \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{\alpha_0}{\hbar v_F}, \quad (3.7)$$

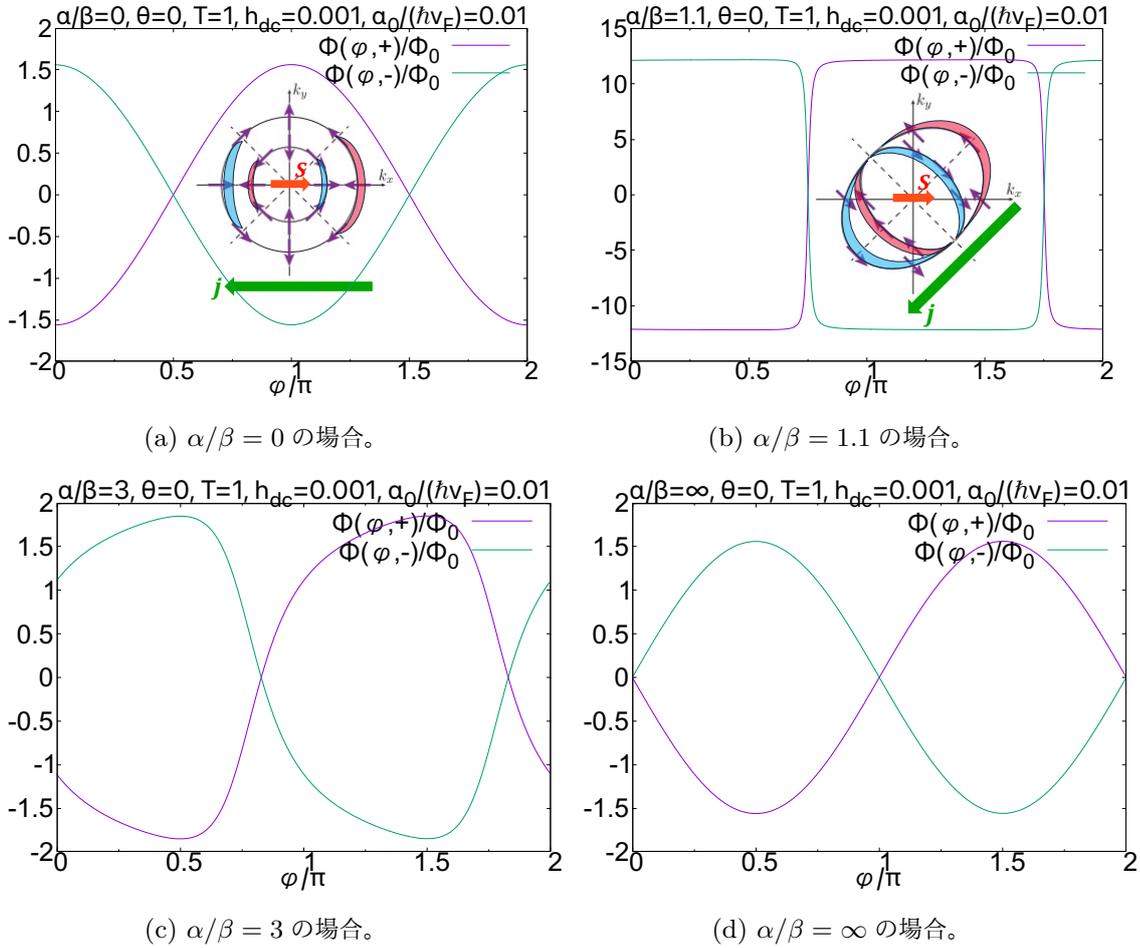


図 3.5: $\theta = 0$ の場合の分布関数の変化 $\Phi(\varphi, \gamma)$ を α/β を変えてプロットした。赤線が内側のバンドの変化 $\Phi(\varphi, \gamma = +1)$ を表し、緑線が外側のバンドの変化 $\Phi(\varphi, \gamma = -1)$ を表す。 $\alpha_0/\hbar v_F = 0.01$ とした。 γ に依存しない部分の寄与は見え、 γ に比例した項のみが見えている。(a), (b) 中の模式図は、分布関数の増減と電流の向きを示している。フェルミ面で赤の部分が分布関数が増加、青の部分が減少していることを表す。二次元電子ガスは、強磁性絶縁体の局在スピン \mathbf{S} と逆向きのスピンを受け取り、それにより電流が生じていることが分かる。

ここで、3.2.2 節から、温度依存の部分 $(1/\tilde{T}) (\tilde{I}_1(\tilde{T}) - \tilde{I}_2(\tilde{T})/2)$ は、 $\tilde{T} = k_B T / (\hbar \omega_0) \gtrsim 1$ であれば、1 のオーダーになる。これを満たす温度をまず求める。

$$\hbar \omega_0 = 4Dk_F^2 = 0.202 \text{ meV} \sim 2 \text{ K}, \quad (3.8)$$

であるので、この温度以上であれば温度に依存する部分は 1 のオーダーになる。ここで、Fe のスティフネス $D = 230 \text{ meV}\text{\AA}^2$ [8] と、GaAs のフェルミ波数 $k_F = 1.48 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$ [9] を用いた。また、Fe/GaAs(001) 接合系での $\alpha \sim 100 \text{ meV}\text{\AA}$ [10] よりラッシュバ型スピン軌道相互作用の大きさは、 $k_F \alpha = 1.48 \text{ meV}$ となる。式 (2.87) で用いた仮定 $\hbar \omega_0 \ll k_F \alpha$

は満たされている。

次に j_0 の値を見積もる。接合界面の面積を $A \sim (1 \mu\text{m})^2$ とし、界面交換相互作用の大きさを $|T| \sim 10^{-4} \text{ eV}$ 、強磁性体の各サイトのスピンの最大値 $S_0 \sim 1$ とし、GaAs の二次元電子ガスの状態密度 $D(E_F) = 1.4 \times 10^{17} \text{ eV}^{-1}\text{m}^{-2}$ を用いると、式 (2.90) より、

$$\Gamma_{\text{int}} = 2\pi(2S_0)|T|^2 AD(E_F) \sim 20 \text{ meV}, \quad (3.9)$$

よって、

$$j_0 = 2|e|D(E_F)\hbar\omega_0 \frac{\Gamma_{\text{int}}}{\Gamma} \frac{\alpha}{\hbar} \sim 0.5 \mu\text{A}/\mu\text{m}, \quad (3.10)$$

ここで、Fe/GaAs 接合系での $\Gamma = 5 \text{ meV}$ [9] を用い、また $\alpha_0 = \alpha$ とした。温度差を $\Delta T \sim 1 \text{ K}$ とすると、 $\Delta\tilde{T} = k_B\Delta T/\hbar\omega_0 \sim 0.5$ となる。よって、

$$j \sim 0.25 \mu\text{A}/\mu\text{m}. \quad (3.11)$$

となる。これは十分に観測可能な量である。

第 4 章

まとめ

本論文では、強磁性絶縁体 (FI) とラシュバ相互作用・ドレッセルハウス相互作用の 2 つのスピ軌道相互作用が共存する二次元電子系 (2DEG) の接合系に温度差をつけた場合を理論的に考察した。FI と 2DEG の間に温度差がある場合、スピゼーベック効果により 2DEG にスピが注入され、2DEG における逆エーデルシュタイン効果によって 2DEG 内の電流へと変換されることが期待される。

第 2 章では、FI と 2DEG 間の界面相互作用と 2DEG の不純物散乱の微視的ハミルトニアンから出発し、2DEG 電子の状態をボルツマン方程式を用いて記述した。界面相互作用から温度差の効果が入り、2DEG 電子の分布関数の平衡分布からのずれを温度差によって表した。2DEG 電子の分布関数から、スピ密度と電流を計算しその表式を得た。

第 3 章では、スピ密度と電流の、ラシュバ相互作用・ドレッセルハウス相互作用の大きさの比 α/β 、強磁性絶縁体の局在スピの角度 θ および、温度依存性を調べ、最後に電流の大きさを見積もった。これらの計算結果から、適切な実験条件が整えば、実験的に検証可能であることが期待される。

謝辞

本研究を行う上で、大変熱心に指導してくださった加藤岳生准教授に心より感謝申し上げます。また、研究室の山正樹さんには、修士生活のはじめから終わりまで、大変お世話になりました。

相談にのってくださったりアドバイスをくださった研究室の皆様、修論を応援してくれた友人には、修士生活を送る上で様々な形でお力添えいただきました。本当にありがとうございました。

最後に、私が2年間大学院に通うことができたのは、両親のおかげです。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] Igor Žutić, Jaroslav Fabian, and S. Das Sarma. Spintronics: Fundamentals and applications. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 76, pp. 323–410, Apr 2004.
- [2] M. Yama, M. Matsuo, and T. Kato. Theory of inverse rashba-edelstein effect induced by spin pumping into a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B*, Vol. 108, p. 144430, Oct 2023.
- [3] V.M. Edelstein. Spin polarization of conduction electrons induced by electric current in two-dimensional asymmetric electron systems. *Solid State Communications*, Vol. 73, No. 3, pp. 233–235, 1990.
- [4] J. C. Rojas Sánchez, L. Vila, G. Desfonds, S. Gambarelli, J. P. Attané, J. M. De Teresa, C. Magén, and A. Fert. Spin-to-charge conversion using rashba coupling at the interface between non-magnetic materials. *Nature Communications*, Vol. 4, No. 1, p. 2944, 2013.
- [5] Fumiya Nagasawa, Andres A. Reynoso, José Pablo Baltanás, Diego Frustaglia, Henri Saarikoski, and Junsaku Nitta. Gate-controlled anisotropy in aharonov-casher spin interference: Signatures of dresselhaus spin-orbit inversion and spin phases. *Phys. Rev. B*, Vol. 98, p. 245301, Dec 2018.
- [6] B. Andrei Bernevig, J. Orenstein, and Shou-Cheng Zhang. Exact $su(2)$ symmetry and persistent spin helix in a spin-orbit coupled system. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, p. 236601, Dec 2006.
- [7] Yuta Suzuki and Yusuke Kato. Spin relaxation, diffusion, and edelstein effect in chiral metal surface. *Phys. Rev. B*, Vol. 107, p. 115305, Mar 2023.
- [8] J. W. Lynn. Temperature dependence of the magnetic excitations in iron. *Phys. Rev. B*, Vol. 11, pp. 2624–2637, Apr 1975.
- [9] K. Olejník, J. Wunderlich, A. C. Irvine, R. P. Campion, V. P. Amin, Jairo Sinova, and T. Jungwirth. Detection of electrically modulated inverse spin hall effect in an Fe/GaAs microdevice. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 109, p. 076601, Aug 2012.
- [10] Decker M. Kronseder M. et al. Chen, L. Robust spin-orbit torque and spin-galvanic effect at the fe/gaas (001) interface at room temperature. *Nat Commun*, Vol. 7, , 2016.